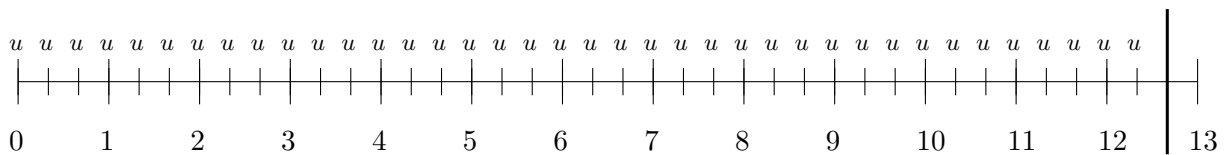


1. Cena jednog proizvoda je prvo povećana za 8%, a zatim smanjena za 23%. Krajnja cena je 2400 dinara.
a) Kolika je početna cena proizvoda? b) Kolika je promena cene u odnosu na početnu?
2. Klijent banke štedi novac tako što svaka 4 meseca anticipativno uplaćuje po 225€. Kolika će biti njegova ušteđevina nakon 12 godina i 8 meseci, ako je kapitalisanje svaka 4 meseca, a godišnji procenat kamate 6,3%?
3. Dužnik je početkom 2007. godine pozajmio 4800€ i dospevaju mu dugovi od 5200€ krajem 2009. i 3500€ početkom 2011. godine. On se dogovorio sa svojim poveriocem da sve svoje dugove otplati tako što će dekurzivno polugodišnje uplaćivati po 550€ od početka 2009. do početka 2013. godine, a ostatak duga isplatiti u dve jednake rate i to jedna početkom 2014. a druga krajem 2016. godine. Koliko iznosi svaka od te dve rate ako je u svim obračunima kapitalisanje polugodišnje i godišnji procenat kamate 8,2%?

REŠENJE:

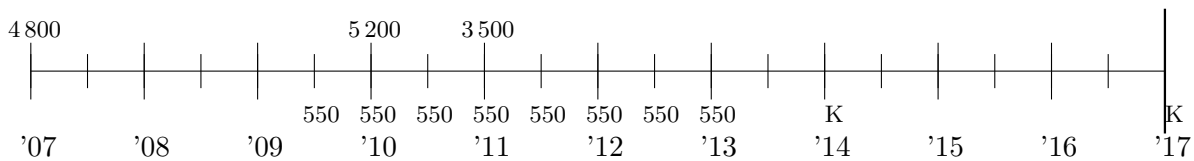
1. a) Ako je S stara cena, a $N = 2400$ nova cena, tada je $S \cdot 1,08 \cdot 0,77 = N$, pa je $S = \frac{2400}{1,08 \cdot 0,77} \approx \boxed{2886}$ dinara.
b) Promena cene u odnosu na početnu je $S - N \approx 2886 - 2400 = \boxed{486}$ dinara.

2. Kako je 12 godina i 8 meseci jednako sa 152 meseca i kako su uplate četvoromesečne, onda je ukupan broj uplata $\frac{152}{4} = 38$. Sve uplate ćemo eskontovati na trenutak od 152 meseca (38 obračunskih perioda) od danas.



- Prema tome kada na taj trenutak (podebljana linija na slici) eskontujemo sve uplate ($u = 225\text{€}$) i saberemo ih, dobija se da je ušteđevina (U) data sa: $U = 225 \cdot r^{38} + 225 \cdot r^{37} + \dots + 225 \cdot r^2 + 225 \cdot r = 225 \cdot r \cdot (r^{37} + r^{36} + \dots + r + 1) = 225 \cdot r \cdot \frac{r^{38} - 1}{r - 1}$
Zamenom $r = 1 + \frac{6,3}{100 \cdot 2} = 1,021$ dobija se $U = 13\,157,94661 \dots \approx \boxed{13\,157,95\text{€}}$

3.



Sva sredstva poverioca i dužnika eskontujemo na početak 2017. godine (podebljana linija). Ako na levu stranu stavimo sredstva poverioca, a na desnu sredstva dužnika, dobija se jednakost:

$$4800 \cdot r^{20} + 5200 \cdot r^{14} + 3500 \cdot r^{12} = 550 \cdot r^{15} + 550 \cdot r^{14} + \dots + 550 \cdot r^9 + 550 \cdot r^8 + K \cdot r^6 + K$$

$$4800 \cdot r^{20} + 5200 \cdot r^{14} + 3500 \cdot r^{12} = 550 \cdot r^8 (r^7 + r^6 + \dots + r + 1) + K \cdot (r^6 + 1)$$

$$4800 \cdot r^{20} + 5200 \cdot r^{14} + 3500 \cdot r^{12} = 550 \cdot r^8 \cdot \frac{r^8 - 1}{r - 1} + K \cdot (r^6 + 1)$$

Zamenom $r = 1 + \frac{8,2}{100 \cdot 2} = 1,041$ i uvođenjem oznaka $A = 4800 \cdot r^{20}$, $B = 5200 \cdot r^{14}$, $C = 3500 \cdot r^{12}$, $D = 550 \cdot r^8 \cdot \frac{r^8 - 1}{r - 1}$ i $E = r^6 + 1$, dobijamo $A + B + C = D + K \cdot E$ odavde sledi

$$K = \frac{A + B + C - D}{E} \approx \frac{10721,50685 + 9126,695409 + 5668,61287 - 7014,151027}{2,2726365} \approx \boxed{8141,50\text{€}}$$

1. Cena robe je 570 dinara. Posle pojeftinjenja za 17%, došlo je do poskupljenja za 9%.

a) Kolika je krajnja cena robe? b) Kolika je promena cene u procentima?

2. Klijent banke je uzeo kredit od 18000€. Otplaćuje ga dekurzivnim dvomesečnim ratama narednih 7 godina i 10 meseci. Kolika je rata, ako je kapitalisanje svaka 2 meseca, a godišnji procenat kamate 5,4%?

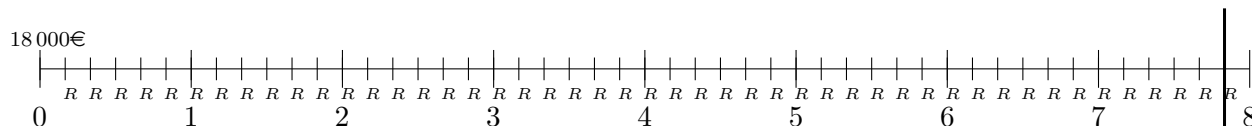
3. Dužnik je početkom 2008. godine pozajmio 2200€ i dospeva mu dug od 6800€ krajem 2011. On se dogovorio sa svojim poveriocem da sve svoje dugove otplati tako što će anticipativno kvartalno uplaćivati po 350€ od početka 2011. do početka 2014. godine, a ostatak duga isplatiti u tri jednake rate i to jedna početkom 2015. a druga početkom 2016 i treća krajem 2017. godine. Koliko iznosi svaka od te tri rate, ako je u svim obračunima kapitalisanje kvartalno i godišnji procenat kamate 7,2%?

REŠENJE:

1. a) Ako je $S = 570$ stara cena, a N nova cena, tada je $N = S \cdot 0,83 \cdot 1,09 = 570 \cdot 0,83 \cdot 1,09 = 515,679 \approx \boxed{515,68}$ dinara.

b) $N = S \cdot r \Rightarrow 515,679 = 570 \cdot r \Rightarrow r = \frac{515,679}{570} = 0,9047$ pa je traženi procenat $p = (1 - r) \cdot 100 = \boxed{9,53\%}$

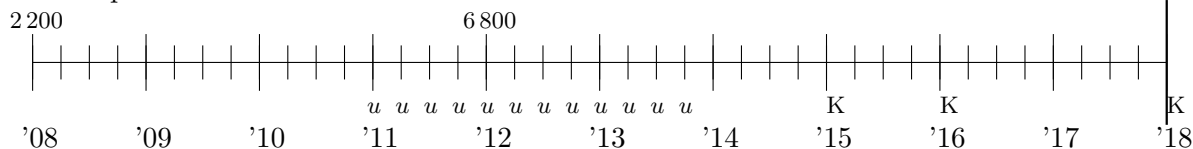
2. Kako je 7 godina i 10 meseci jednako sa 94 meseca i kako su uplate dvomesečne, onda je ukupan broj uplata $\frac{94}{2} = 47$. Sve rate ćemo eskontovati na trenutak od 94 meseca (47 obračunskih perioda) od danas.



Prema tome kada na taj trenutak (podebljana linija na slici) eskontujemo sve rate (R) i saberemo ih, dobija se jednakost: $18000 \cdot r^{47} = R \cdot r^{46} + R \cdot r^{45} + \dots + R \cdot r + R$, odavde dalje sledi $18000 \cdot r^{47} = R \cdot (r^{46} + r^{45} + \dots + r + 1)$ odnosno $18000 \cdot r^{47} = R \cdot \frac{r^{47}-1}{r-1}$. Zamenom $r = 1 + \frac{5,4}{100 \cdot 6} = 1,009$ dobija se $27425,6745589 \dots = R \cdot 58,1831762 \dots$ tj.

$R = 471,367778 \dots \approx \boxed{471,37\text{€}}$

3. Označimo uplate sa $u = 350\text{€}$



Sva sredstva poverioca i dužnika eskontujemo na početak 2018. godine (podebljana linija). Ako na levu stranu stavimo sredstva poverioca, a na desnu sredstva dužnika, dobija se jednakost:

$$2200 \cdot r^{40} + 6800 \cdot r^{24} = u \cdot r^{28} + u \cdot r^{27} + \dots + u \cdot r^{18} + u \cdot r^{17} + K \cdot r^{12} + K \cdot r^8 + K$$

$$2200 \cdot r^{40} + 6800 \cdot r^{24} = u \cdot r^{17} (r^{11} + r^{10} + \dots + r + 1) + K \cdot (r^{12} + r^8 + 1)$$

$$2200 \cdot r^{40} + 6800 \cdot r^{24} = u \cdot r^{17} \cdot \frac{r^{12}-1}{r-1} + K \cdot (r^{12} + r^8 + 1)$$

Zamenom $r = 1 + \frac{7,2}{100 \cdot 4} = 1,018$, $u = 350$ i uvođenjem oznaka $2200 \cdot r^{40}$, $B = 6800 \cdot r^{24}$, $C = u \cdot r^{17} \cdot \frac{r^{12}-1}{r-1}$ i $D = r^{12} + r^8 + 1$, dobijamo $A + B = C + K \cdot D$ odavde sledi

$$K = \frac{A + B - C}{D} \approx \frac{4490,904304 + 10434,11418 - 6286,3352}{3,392126579} \approx \boxed{2546,69\text{€}}$$