

## MONITORING KVALITETA PROIZVODNOG PROCESA PRIMENOM KONTROLNE KARTE KUMULATIVNIH SUMA

*Nataša Papić Blagojević\**, Visoka poslovna škola strukovnih studija Novi Sad, Srbija

*Zbigniew Paszek*, Wyższa Szkoła Informatyki Zarządzania w Rzeszowie, Krakow, Poljska

*Sanja Lončar*, Visoka poslovna škola strukovnih studija Novi Sad, Srbija

**Sažetak:** U procesu kontrole proizvoda, kontrolne karte predstavljaju važnu statističku tehniku kojom se obezbeđuje kontinuirano praćenje kvaliteta procesa i blagovremeno uočavanje grešaka. Ševartove kontrolne karte uobičajno se koriste za otkrivanje većih smetnji kod parametara posmatranog procesa, dok su kumulativne karte, CUSUM karte, više namenjene za praćenje manjih i umerenih promena. U tom smislu, karta kumulativnih suma, s obzirom na svoje osobine, može uspešno zameniti tradicionalno primenjivane kontrolne karte Ševarta u poslovanju. Njena glavna prednost je u tome što intervale uzimanja uzorka tretira na kontinuiran način, za razliku od Ševartovih karata koje to čine na izolovan način. S obzirom na to da kombinuju informacije iz različitih uzoraka, kontrolne karte kumulativnih suma efikasnije su od Ševartovih kontrolnih karata u otkrivanju malih promena procesa. Upravo ova prednost potvrđena je u radu kroz istovremenu analizu performansi oba pristupa na odabranim podacima.

**Ključne reči:** kontrola kvaliteta, individualna merenja, pokretni rang, kontrolna karta kumulativnih suma

## MONITORING THE QUALITY OF PRODUCTION PROCESS USING CUSUM CONTROL CHART

**Abstract:** In the production process control, control charts are an important statistical technique which provides continuous monitoring of process quality and timely detection of defects. Shewhart control charts are commonly used to detect major disturbances in parameters of the observed process, while CUSUM charts are more designed for monitoring small and moderate changes. In this sense, CUSUM charts, with respect to

---

\* npapic.blagojevic@gmail.com

*their characteristics, can successfully replace the traditional application of Shewhart control charts in business. Its main advantage is that the interval of sampling is treated in the continuous mode, unlike Shewhart charts where it is treated in the isolated manner. Since it combines information from different samples, cumulative sum control charts are more efficient than Shewhart control charts in detecting small shifts in the process. Precisely, this advantage in the application of CUSUM control charts compared to Shewhart control charts is confirmed in the paper through the simultaneous analysis of the performances of both approaches on selected data.*

**Key words:** *quality control, individual measurement, moving range, CUSUM control chart*

**JEL classification:** *C39, C49*

## 1. UVOD

Kvalitet se može posmatrati kao filozofska kategorija ili kao tehnička, ekonomska ili marketinška kategorija. Intuitivno razumevanje kvaliteta proizvoda (ili usluga) ne stvara probleme. Međutim, oni se pojavljuju prilikom pokušaja da se on precizno definiše (Paszek, 2012, p. 20). U proizvodnim pogonima kvalitet se definiše kao stepen podudarnosti sa zahtevima datim u tehničkoj dokumentaciji ili nekom opštem standardu (Drenovac et al., 2013, p. 102).

Kako bi se proces kontrole kvaliteta uspešno sprovodio, neophodna je primena odgovarajućih statističkih tehnika kojima bi se vršila blagovremena kontrola i prepoznavanje spornih situacija koje bi mogle narušiti dinamiku proizvodnog procesa.

Za proizvodni proces se kaže da je pod statističkom kontrolom ukoliko su prisutne samo prirodne varijacije, dok se smatra da je van kontrole ukoliko se uoči prisustvo nekih neuobičajenih varijacija. Blagovremeno identifikovanje izvora takvih varijacija od izuzetnog je značaja za održanje kvaliteta autputa (Abbasi, Riaz, & Miller, 2012, p. 400). Varijacije se obično dele u dve grupe: uobičajene varijacije i posebne varijacije (Nolan, & Provost, 1990). Posebne varijacije mogu nastati iz jednog ili više izvora koji su usko povezani s mašinama, operatorima, materijalom, itd. (Riaz, Abbas, & Does, 2010, p. 415).

Cilj statističke kontrole procesa je da se identifikuju procesi van kontrole, odnosno procesi čije su varijacije posledica delovanja posebnih uzroka (Lepojević, & Kalač, 2012, p. 117).

Kao sredstvo uspešne kontrole proizvodnog procesa i detektovanja posebnih varijacija, dosadašnja teorija i praksa iznedrile su kontrolne karte različite vrste, koje su se pokazale kao veoma efikasne u određenim situacijama. U tom smislu, ŠKOLA BIZNISA, 1/2016, 127 – 139

razlikuju se tri različite vrste kontrolnih karata: Ševartove kontrolne karte, karte kumulativnih suma (CUSUM) i karte eksponencijalno ponderisanih pokretnih sredina (EWMA).

Ševartove kontrolne karte obično se koriste za otkrivanje velikih promena u proizvodnom procesu, dok se CUSUM dijagrami koriste za efikasno praćenje parametara interne kontrolne kvaliteta (Abbasi, Riaz, & Miller, 2012, p. 401). U poređenju sa Ševartovim ili EWMA kartama, CUSUM karte su se pokazale kao efikasne i s racionalnim podgrupama veličine 1 što ih čini atraktivnom opcijom za mnoge primene u hemijskoj i proizvodnoj industriji (Montgomery, 2011). Upravo iz tog razloga, u radu je stavljen akcenat na CUSUM kontrolne karte i na mogućnost, kao i način njihove primene u kontroli procesa.

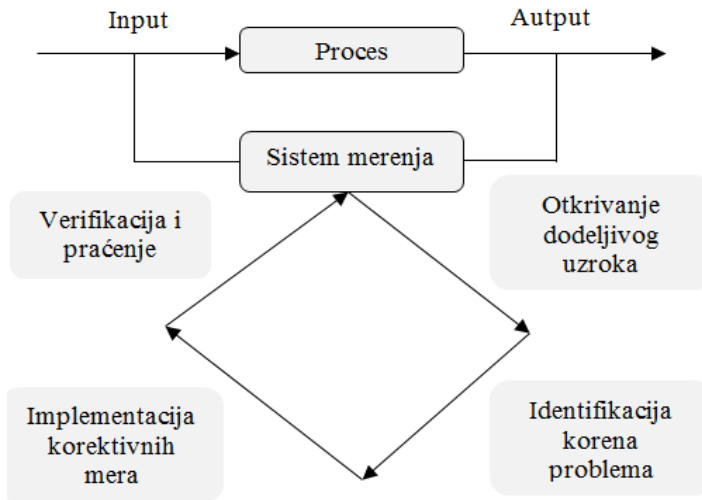
Kontrolne procedure zasnovane na tehnici kumulativnih suma primenjuju se u situaciji kada male promene (konstantne ili rastuće) posmatranog parametra odražavaju nestabilnost proizvodnog procesa. U takvim okolnostima, procedure kumulativnih suma prepoznaju početak destabilizacije procesa mnogo brže nego Ševartove procedure.

Osnovni cilj rada je da se kroz teorijski osvrt na CUSUM kontrolne karte praktično objasni prednost primene ovih procedura u kontroli proizvodnog procesa. Uporednom analizom Ševartovih kontrolnih karata i CUSUM grafikona izvedeni su zaključci o prednosti primene CUSUM procedura u kontroli poslovanja.

## **2. IDEJA KONTROLNE KARTE KUMULATIVNIH SUMA**

Široka i česta primena kontrolnih karata u kontroli proizvodnog procesa nije sporna, ali je česta i pojava grešaka, koje se uglavnom odnose na zanemarivanje osnovnih pretpostavki o normalnosti, nezavisnosti ili stabilnosti podataka. Kao rezultat pogrešnih tumačenja dobijaju se kontrolne karte lošeg kvaliteta. U tom smislu, veoma je važno razumeti osnovna pravila korišćenja kontrolnih karata i informisati se o svim nedostacima njihove primene (Papić-Blagojević, & Paszek, 2013, p. 50).

Kontrolne karte služe za praćenje sprovođenja sistema merenja tokom vremena. Iz tog razloga neophodno je prepoznavanje situacije kada se varijacije u rezultatima merenja povećaju ili kada dođe do promena u posmatranim pojavama (Ellison, Farrant, & Barwick, 2009). Kontrolne karte mogu se koristiti za ocenjivanje parametara proizvodnog procesa, a preko kontrolnih karata se takođe mogu obezbediti informacije koje mogu biti korisne u poboljšanju procesa. Smatra se da je najznačajnija uloga kontrolne karte upravo u poboljšanju i unapređenju procesa (Slika 1). Konačno, cilj statističke kontrole procesa je eliminacija varijacija u procesu, pa iako neće biti moguća potpuna eliminacija varijacija, kontrolna karta će ih smanjiti što je moguće više.



Slika 1. Unapređenje procesa primenom kontrolne karte. Preuzeto od *Applied Statistics and Probability for Engineers, Fifth Edition* (str. 600), od Montgomery, D.C., & Runger, G.C., 2011, John Wiley & Sons, Inc.

Ovu opštu teoriju o kontrolnim kartama prvi put je predložio Volter Ševart, pa se kontrolne karte razvijene u skladu sa njegovim principima nazivaju Ševartove kontrolne karte. Osnovni nedostatak Ševartove kontrolne karte jeste u tome što je grafikon relativno neosetljiv na male promene procesa i to prevashodno zbog toga što koristi samo tačke koje su poslednje ucrtane, a pri tome ignoriše informacije u redosledu tačaka. Iz tog razloga se kao efikasna zamena za njih koriste *kontrolne karte kumulativnih suma* koje imaju značajno bolje performanse u detetkovanju malih promena.

CUSUM grafikon prikazuje kumulativne sume odstupanja vrednosti uzorka od ciljne vrednosti. Ova odstupanja su prikazana odvojeno na grafikonu uz pomoć dve različite statistike: jedna se koristi za prikaz promena naviše, a druga promena naniže. Vrednosti ove dve statistike su izračunate za svaki uzorak i unete su u grafikon na kome su istovremeno prezentovane i kontrolne granice.

Kontrolna karta kumulativnih suma signalizira da je proces van kontrole svaki put kada se bilo koja tačka nađe van kontrolnih linija (Abbasi, Riaz, & Miller, 2012, p. 401). Takođe, u određenim slučajevima signal sa CUSUM grafikona ukazuje na prisustvo odgovarajućeg uzroka koji se mora istražiti kao i kod Ševartovih karata (Montgomery, 2009, p. 404).

Pretpostavimo da su prikupljeni uzorci veličine  $n \geq 1$  i da je  $\bar{X}_j$  prosek  $j$ -tog uzorka. Tada, ukoliko je  $\mu_0$  ciljna vrednost za sredinu procesa, kontrolna karta

kumulativnih suma biće formirana na osnovu (Montgomery, & Runger, 2011, p. 633):

$$S_i = \sum_{j=1}^i (\bar{X}_j - \mu_0) \quad (1)$$

gde  $S_i$  predstavlja kumulativnu sumu do i uključujući  $i$ -ti uzorak.

Prema Montgomeriju i Rangeru (2011), ukoliko je proces pod kontrolom u odnosu na ciljnu vrednost  $\mu_0$ , kumulativna suma definisana u jednačini (1) osciliraće oko nule. Međutim, ukoliko se srednja vrednost pomeri naviše do neke vrednosti  $\mu_1 > \mu_0$ , tada će doći do pozitivnog pomeranja u kumulativnoj sumi. S druge strane, ukoliko se srednja vrednost pomeri naniže do neke vrednosti  $\mu_1 < \mu_0$ , nastaće negativno pomeranje i u kumulativnoj sumi.

Iz tog razloga, uočeni pozitivan ili negativan trend na osnovu upisanih tačaka, predstavlja dokaz da je došlo do pomeranja sredine procesa pa je, shodno tome, neophodno identifikovati uzrok koji je doveo do pomeranja.

## 2.1. PRIMENJENA METODOLOGIJA

Statistička kontrola kvaliteta predstavlja značajan alat koji se prevashodno koristi za minimiziranje proizvodnje defektnih proizvoda, ali i kao sredstvo kojim se podstiče poštovanje standarda i odgovarajućih specifikacija kvaliteta (Ertuğrul, & Özçil, 2014, p. 10). Kontrolne karte predstavljaju korisno sredstvo statističke kontrole kvaliteta koje se uspešno primenjuju u monitoringu proizvodnog procesa (Ghute, 2013, p. 703).

U određenim situacijama za monitoring kvaliteta proizvodnog procesa koriste se uzorci veličine  $n = 1$ , odnosno uzorci koji obuhvataju individualne jedinice posmatranja. U takvim okolnostima, poželjna je primena Ševartove kontrolne karte za individualna merenja i karte pokretnih rangova (engl. *moving range*) dva uzastopna posmatranja na osnovu kojih se i vrši ocena varijabilnosti procesa.

U tom smislu, pokretni rang moguće je odrediti na sledeći način (Montgomery, 2009, p. 260):

$$MR_i = |x_i - x_{i-1}| \quad (2)$$

Ocenjene vrednosti zatim se koriste za izradu kontrolne karte kako bi se ustanovilo da li je proizvodni proces ostao pod kontrolom ili obrnuto, da bi se blagovremeno signaliziralo da je proces van kontrole (Jones, & Steiner, 2012, p. 176). Uobičajeno je da na grafičkom prikazu budu prezentovane tri veličine

(Ganguly, & Patel, 2014, p. 644): *centralna linija*, koja predstavlja prosečan značaj karakteristika kvaliteta koje odgovaraju stanju pod kontrolom a njena vrednost odgovara srednjoj vrednosti procesa; *gornja kontrolna linija* i *donja kontrolna linija*, na osnovu kojih se izvodi zaključak da je proces pod kontrolom, ukoliko se skoro sve tačke nalaze između ove dve linije, odnosno da nije pod kontrolom, ukoliko se bilo koja tačka nađe van kontrolnih granica.

S druge strane, smatra se da je primena CUSUM kontrolne karte veoma poželjna u slučajevima kada je potrebno identifikovati male promene i odstupanja od srednje vrednosti ( $1-1.5\sigma$ ), kao i u slučaju kada je na raspolaganju mala količina podataka. S obzirom na njihovu sposobnost da ublaže rizik, CUSUM karte su veoma popularne u metalurškoj, hemijskoj i prerađivačkoj industriji.

Osnovni elementi CUSUM kontrolne karte su (Iwasiewicz, Paszek, & Sokolowski, 1985, p. 264):

- tačkasti dijagram sa sukcesivnim tačkama generisanim rezultatima kontrole kvaliteta procesa, i
- V-masko koja je ekvivalentna kontrolnim granicama klasične Ševartove karte.

Praktična primena kontrolne karte kumulativnih suma može biti zasnovana ili na kontrolnoj karti sa V-maskom ili na tabelarnom prikazu koji sadrži i interval odlučivanja. Grafičko rešenje u vidu V-maske, za identifikovanje slučajeva kada je proces van kontrole, predstavlja komplikovanu proceduru koja je bila u upotrebi pre pronalaska odgovarajućih softverskih rešenja, pa je uobičajeno da se, zbog jednostavnije i preglednije primene, u praksi češće koristi tabelarni prikaz za koji su se opredelili i autori rada.

Kod tabelarnog prikaza kontrolne vrednosti određuju se na sledeći način (Riaz, Abbas, & Does, 2010, p. 416):

$$C_i^+ = \max\left[0, x_i - (\mu_0 + K) + C_{i-1}^+\right] \quad (3)$$

$$C_i^- = \max\left[0, (\mu_0 - K) - x_i + C_{i-1}^-\right]$$

Tabelarnim prikazom akumuliraju se odstupanja koja su iznad ciljne vrednosti  $\mu_0$  pomoću statistike  $C_i^+$ , dok se odstupanja koja su ispod ciljne vrednosti akumuliraju pomoću druge statistike  $C_i^-$ . U jednačini (3)  $x_i$  označava  $i$ -ti period ili uzorak posmatranja.

Statistike  $C_i^+$  i  $C_i^-$  (jednostrana gornja i donja CUSUM statistika za period  $i$ ) početno se postavljaju na vrednost 0, tj.  $C_i^+ = C_i^- = 0$  (Zhang, Megahed, & Woodall, 2014, p. 276; Abbasi, Riaz, & Miller, 2012, p. 401). Vrednost  $K$  naziva se *referentna vrednost* ili „labava” promenljiva (Singh & Prajapati, 2013, p. 310) i njena vrednost predstavlja se kao polovina opsega promene koju je potrebno detektovati, odn.  $K = \delta/2$ , gde je  $\delta$  jednaka veličini promene koja se izražava u standardnim jedinicama.

U slučaju da bilo statistika  $C_i^+$  ili statistika  $C_i^-$ , pređu vrednost konstante  $H$ , smatraće se da je proces izvan kontrole. Konstanta  $H$  se uobičajeno naziva interval odlučivanja i određuje se kao  $H = 5 \cdot \sigma$  (Montgomery, 2009, p. 404).

## 2.2. REZULTATI PRIMENE ŠEVARTOVE I CUSUM KONTROLNE KARTE

Praktična primena Ševartove kontrolne karte i karte kumulativnih suma podrazumeva odabir odgovarajućeg uzorka nad kojim će se vršiti analiza. U tu svrhu pretpostavićemo da je posmatrano 25 uzastopnih uzoraka jednog proizvoda, Grace aloja kreme za lice od 50 ml, u fabrici kozmetičkih preparata „Miraculum SA” iz Krakova, Poljska. Cilj analize je da se utvrdi da li je proizvodni proces stabilan.

U ovom slučaju, Ševartove kontrolne karte za individualna merenja i karte pokretnih rangova mogu se uspešno koristiti kao dobra alternativa za Ševartove kontrolne karte aritmetičke sredine i ranga, jer je njihova primena kod automatizovanih kontrola i merenja procesa proizvodnje, gde se vrši analiza proizvedenih jedinica, u potpunosti opravdana. Međutim, pošto se na karti za individualna merenja upisuju pojedinačne posmatrane vrednosti, a ne proseci, ova karta je manje osetljiva na male promene u srednjoj vrednosti procesa. Iz tog razloga, poželjno je izvršiti analizu i pomoću kontrolne karte kumulativnih suma koja će registrovati male promene i odstupanja od srednje vrednosti ( $1-1.5\sigma$ ). U Tabeli 1 prikazane su vrednosti 25 uzastopnih uzoraka posmatranog kozmetičkog proizvoda.

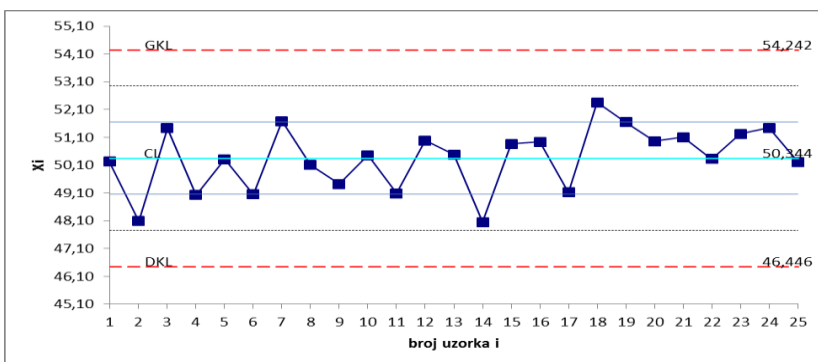
Tabela 1

Podaci iz uzorka

Broj uzorka $i$	$x_i$	Broj uzorka $i$	$x_i$
1	50,23	14	48,05
2	48,09	15	50,87
3	51,43	16	50,94
4	49,03	17	49,12
5	50,31	18	52,36
6	49,05	19	51,65
7	51,68	20	50,96
8	50,11	21	51,11
9	49,42	22	50,32
10	50,45	23	51,22
11	49,09	24	51,44
12	50,98	25	50,20
13	50,48		

*Napomena.* Proračun autora.

Za potrebe izrade kontrolne karte za individualna merenja, a na osnovu vrednosti iz Tabele 1, neophodno je odrediti gornju kontrolnu liniju (GKL), centralnu liniju (CL) i donju kontrolnu liniju (DKL). Izračunate vrednosti iznose redom: **GKL** = 54,242; **CL** = 50,344 i **DKL** = 46,446, što se vidi i na Slici 2.



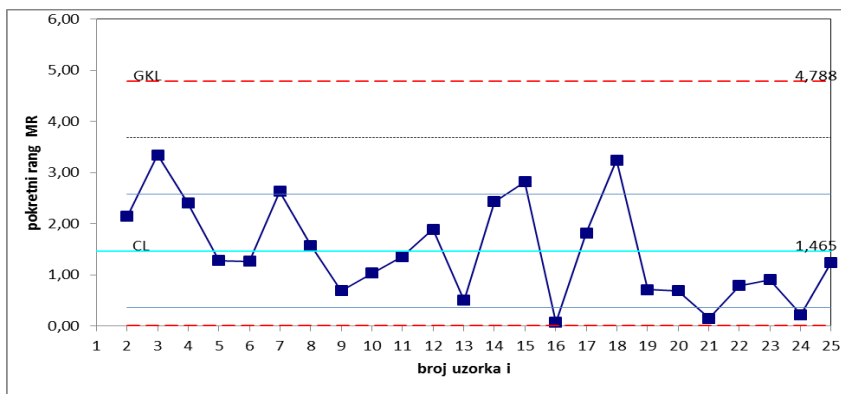
Slika 2. Ševartova kontrolna karta za individualna merenja

Međutim, na Slici 2 uočljive su i linije koje odgovaraju povećanju za  $+1\sigma$  i  $+2\sigma$  u odnosu na srednju vrednost posmatranog procesa. Kod 18. uzorka može se



primetiti povećanje za nešto više od  $+1\sigma$  u odnosu na srednju vrednost, ali se isto tako može konstatovati da nijedna vrednost ne izlazi van kontrolnih granica.

Kod kontrolne karte pokretnih rangova vrednosti kontrolnih linija iznose: **GKL** = 4,788; **CL** = 1,465 i **DKL** = 0,00, što je prezentovano na Slici 3. Preostale linije, kao i u prethodnom slučaju, predstavljaju povećanja za  $+1\sigma$  i  $+2\sigma$  u odnosu na srednju vrednost.



Slika 3. Kontrolna karta pokretnih rangova

Tumačenjem Ševartove kontrolne karte za individualna merenja i kontrolne karte pokretnih rangova, a na osnovu Slike 2 i Slike 3, možemo zaključiti da nema signala koji bi ukazali da se proces nalazi van kontrole. Da je došlo do pomeranja kontrolisanih vrednosti u odnosu na sredinu procesa, na grafikonu bi se pojavila jedna ili više tačaka koje bi izlazile van granica kontrolnih linija. Istovremeno, na oba grafička prikaza primetno je povećanje za nešto više od  $+1\sigma$  u odnosu na srednju vrednost kod određenih uzoraka, što nije rezultiralo pomeranjem vrednosti van kontrolnih granica.

Ševartove karte za individualna merenja i karte pokretnih rangova veoma teško registruju promene ove vrste (koje pripadaju redu malih promena procesa), pa su se autori, u cilju izvođenja konačnog zaključka o stabilnosti procesa, odlučili za primenu CUSUM karte. U tu svrhu, odabran je tabelarni prikaz kontrolne karte kumulativnih suma koji sadrži i interval odlučivanja.

Za potrebe tabelarnog prikaza CUSUM karte, kao ciljna vrednost za date podatke iz Tabele 1 postavljena je vrednost  $\mu_0 = 50$ , dok je referentna vrednost  $K = 0,563599$ . Interval odlučivanja  $H$ , na osnovu ponuđenog softverskog rešenja, postavljen je na nivo  $\pm 4,51$ . U Tabeli 2 prezentovani su rezultati izračunavanja.

Tabela 2

*Tabelarni prikaz CUSUM kontrolne karte*

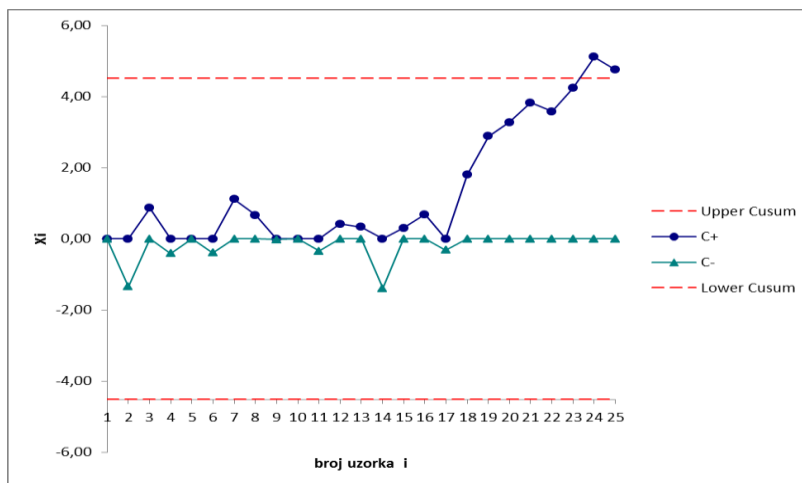
Broj uzorka $i$	$x_i$	$C^+$	$N^+$	$C^-$	$N^-$
1	50,23	0,00	0	0,00	0
2	48,09	0,00	0	-1,35	1
3	51,43	0,87	1	0,00	0
4	49,03	0,00	0	-0,41	1
5	50,31	0,00	0	0,00	0
6	49,05	0,00	0	-0,39	1
7	51,68	1,12	1	0,00	0
8	50,11	0,66	2	0,00	0
9	49,42	0,00	0	-0,02	1
10	50,45	0,00	0	0,00	0
11	49,09	0,00	0	-0,35	1
12	50,98	0,42	1	0,00	0
13	50,48	0,33	2	0,00	0
14	48,05	0,00	0	-1,39	1
15	50,87	0,31	1	0,00	0
16	50,94	0,68	2	0,00	0
17	49,12	0,00	0	-0,32	1
18	52,36	1,80	1	0,00	0
19	51,65	2,88	2	0,00	0
20	50,96	3,28	3	0,00	0
21	51,11	3,83	4	0,00	0
22	50,32	3,58	5	0,00	0
23	51,22	4,24	6	0,00	0
24	51,44	5,11	7	0,00	0
25	50,20	4,75	8	0,00	0

*Napomena.* Proračun autora.

Vrednosti  $N^+$  i  $N^-$  iz Tabele 2 ukazuju na broj uzastopnih uzoraka u kojima su kumulativne sume  $C_i^+$  i  $C_i^-$  bile nenegativne. Kod 24. i 25. uzorka gornja CUSUM vrednost prevazilazi vrednost konstante  $H = \pm 4,51$ , pa zaključujemo da je proces van kontrole u ovim tačkama. Na osnovu vrednosti  $N^+$  takođe se može ustanoviti kada je najverovatnije došlo do promene, s obzirom na to da

evidentira broj uzastopnih perioda u kojima je gornja CUSUM vrednost bila iznad nule. Pošto je  $N^+=7$  kod 24. uzorka, gde je vrednost  $C_i^+ > H = \pm 4,51$  prvi put iznad vrednosti intervala odlučivanja, izvodi se zaključak da je proces poslednji put bio pod kontrolom kod 17. uzorka (24-7). Na osnovu toga, zaključujemo da je do promene verovatno došlo između 17. i 18. uzorka.

Ukoliko vrednosti statistika  $C_i^+$  i  $C_i^-$  iz Tabele 2 prikažemo na takozvanom CUSUM status grafikonu (Slika 4), možemo takođe uočiti trenutak u kome je proces izašao van kontrole. Unošenjem vrednosti intervala odlučivanja, CUSUM grafikon nalikuje Ševartovoj kontrolnoj karti.



Slika 4. Kontrolna karta kumulativnih suma

Na grafičkom prikazu kontrolne karte kumulativnih suma, očitava se da je proces izašao van kontrole kod 24. uzorka i da je na tom nivou ostao i kod 25. uzorka. Za razliku od Ševartove kontrolne karte, gde je svaka tačka nezavisna u odnosu na prethodnu, kod CUSUM grafikona svaka tačka je određena prethodnim vrednostima. Na taj način, kontrolna karta kumulativnih suma pokazuje dodatnu osetljivost na male promene u srednjoj vrednosti i bolje performanse u odnosu na Ševartove kontrolne karte.

### 3. ZAKLJUČAK

Kontrola kvaliteta proizvodnog procesa predstavlja efikasno sredstvo čiji je osnovni cilj poboljšanje i održanje kvaliteta, kako bi se, dugoročno posmatrano, i sam proizvodni proces podigao na viši nivo. Da bi se ukazalo na mogućnost detektovanja situacija u kojima proizvodni proces izlazi van kontrole, autori su

u radu prezentovali performanse dve vrste kontrolnih karata i to Ševartovih kontrolnih karata i kontrolnih karata kumulativnih suma.

Uporednom analizom oba sredstva kontrole kvaliteta došlo se do zaključka da, čak i u okolnostima kada Ševartova kontrolna karta ne daje signal da se proces našao van kontrole, kontrolna karta kumulativnih suma, senzibilnija na male promene procesa, detektuje uzorak kod kog proces prvi put izlazi van kontrole. U tom smislu, CUSUM kontrolna karta pokazala se kao efisnije sredstvo u identifikovanju malih promena procesa u odnosu na Ševartovu kontrolnu kartu.

Praktično, CUSUM kontrolna karta posebno je korisna u određivanju trenutka u kome je promena nastupila. Na primeru se moglo videti kako se, na osnovu vrednosti  $N^+$  i jednostavnog brojanja unazad, odredio uzorak kod kog je najverovatnije prvi put promena nastupila. Na taj način, kontrolna karta kumulativnih suma pokazala je bolje performanse u odnosu na Ševartove karte, pa se samim tim smatra naprednijom metodom kontrole kvaliteta koja je naročito poželjna u fazi monitoringa proizvodnog procesa.

## REFERENCE

- Abbasi, S.A., Riaz, M., & Miller, A. (2012). Enhancing the performance of CUSUM scale chart. *Computers & Industrial Engineering*, 63, 400-409.
- Drenovac, A.Ž., Drenovac, B.Ž., & Drenovac, D.M. (2013). Kontrolne karte kao sredstvo statističke kontrole kvaliteta. *Vojnotehnički glasnik*, 61(1), 101-122.
- Ellison, S.L.R., Farrant, T.J., & Barwick, V. (2009). *Practical Statistics for the Analytical Scientist: A Bench Guide, 2nd ed.* Royal Society of Chemistry.
- Ertuğrul, I., & Özçil, A. (2014). The application of 'p' and 'p-cusum' charts into textile sector in the statistical quality control process. *Tekstil ve Konfeksiyon*, 24(1), 9-14.
- Ganguly, A., & Patel, S.K. (2014). A teaching-learning based optimization approach for economic design of X-bar control chart. *Applied Soft Computing*, 24, 643-653.
- Ghute, V.B. (2013). Distribution-free control chart for Bivariate Process. *Journal of Academia and Industrial Research*, 1(11), 703-705.
- Iwasiewicz, A., Paszek, Z., & Sokolowski, A. (1985). CUSUM control procedures for fraction defective. *Statistička revija*, 3-4, 264-271.
- Jones, M.A., & Steiner, S.H. (2012). Assessing the effect of estimation error on risk-adjusted CUSUM chart performance. *International journal for quality in health care*, 24(2), 176-81. pmid:22190589

- Lepojević, V., & Kalač, E. (2012). The role of statistical process control for providing business excellence according to the EFQM model. *Facta Universitatis, Series: Economics and Organization*, 9(1), 111-121.
- Montgomery, D.C., & Runger, G.C. (2011). *Applied Statistics and Probability for Engineers, 5th ed.* John Wiley & Sons, Inc..
- Montgomery, D.C. (2009). *Introduction to Statistical Quality Control, 6th ed.* John Wiley & Sons, Inc..
- Nolan, T.W., & Provost, L.P. (1990). Understanding variation. *Quality Progress*, 23(6), 70-78.
- Papić Blagojević, N., & Paszek, Z. (2013). Primena kontrolne karte aritmetičke sredine u upravljanju industrijskim procesima. *Škola biznisa*, 1, 48-60.
- Paszek, Z. (2012). Metodologija ocene kvaliteta edukacije. *Škola biznisa*, 3, 18-28.
- Riaz, M., Abbas, N., & Does, R. (2010). Improving the Performance of CUSUM Charts. *Quality and Reliability Engineering International*, 27, 415-424. Wiley Online Library. doi:10.1002/qre.1124
- Singh, S., & Prajapati, D.R. (2013). Performance of CUSUM and EWMA charts for serial correlation. *The TQM Journal*, 25(3), 309-324.
- Zhang, M., Megahed, F.M., & Woodall, W.H. (2014). Exponential CUSUM Charts with Estimated Control Limits. *Quality and Reliability Engineering International*, 30, 275-286. Wiley Online Library. doi:10.1002/qre.1495

Primljeno: 26.03.2016.

Odobreno: 06.06.2016.