Осигурање личне ренте уплатом премије

Износ који се уплаћује у једнаким временским размацима (годишње, месечно) и једнаким или променљивим износима, у циљу осигурања примања једнократног износа (капитала) или вишекратног износа (ренте) назива се *премија*.

Код осигурања личне ренте уплатом премије, разликујемо два случаја. Први случај је када се премија плаћа доживотно, други случај је када се премија плаћа привремено, одређени број година.

Осигурава се: Уплатом:	**ЛИЧНА РЕНТА** (вишекратни износ)
ПРЕМИЈЕ (вишекратни износ)	1. Премија се плаћа доживотно • рента се прима непосредно и доживотно • рента се прима одложено и доживотно 2. Премија се плаћа привремено • рента се прима непосредно и доживотно • рента се прима привремено • рента се прима одложено и привремено

1. <u>Премија се плаћа доживотно</u>

Рента се прима непосредно и доживотно

Да бисмо боље схватили суштину постављеног задатка, полазимо од општег случаја:

Лице старо x година осигурало је ренту од R динара да је прима непосредно и доживотно. Колико износи премија P за ово осигурање?

- *Антиципативна рента*

У случају када се рента прима антиципативно, почетком године, а ознака за премију која обезбеђује ренту од 1 динара је $P(a_x)$, тада, поштујући правило еквиваленције, следи:

$$P(a_x) = 1 => P = R \cdot P(a_x) = R$$

Напомена: Овај случај нема практичног значаја (даш динар-добијеш динар).

- *Декурзивна рента*

У случају када се рента прима декурзивно, крајем године, а ознака за премију која обезбеђује ренту од 1 динара је $P(a'_x)$, тада, поштујући правило еквиваленције, следи:

$$P(a'_x) = 1 - \frac{D_x}{N_x} = 1 - \frac{1}{a_x}$$

Отуда је премија за ренту од R динара:

$$P = R \cdot P(a'_x)$$

Напомена: Ни овај случај нема озбиљнији практични значај.

Пример 1.

Лице старо 41 годину осигурава ренту од 1.200 €, да је прима непосредно, доживотно и декурзивно. Колико износи премија за ово осигурање, ако је премија антиципативна и плаћа се доживотно?

Решење:

Старост лица је x=41 година, а износ ренте R=1.200 €. Пошто рента почиње да се прима непосредно, доживотно и декурзивно, примењујемо следећу формулу:

$$P(a'_{41}) = 1 - \frac{D_{41}}{N_{41}}$$

Из таблица смртности очитавамо вредности за комутативне бројеве N_{41} и D_{41}, па следи:

$$P(a'_{41}) = 1 - \frac{15.589{,}23}{247.261{,}06} = 1 - 0{,}06305 = 0{,}93695$$

Закључујемо да је премија за 1 € ове ренте 0,94 €.

Затим рачунамо премију за 1.200 € ренте:

$P = R \cdot P(a'_{41}) = 1.200 \cdot 0{,}94 = 1.128$

Закључујемо да премија за 1.200 € ренте износи 1.128 €.

Рента се прима одложено и доживотно (антиципативно)

Полазимо од општег случаја:

Лице старо *x* година осигурало је ренту од *R* динара, да је прима после *k* година, доживотно. Колико износи премија за ово осигурање?

Премију која обезбеђује ренту од 1 динар обележићемо са $P({}_{k|}a_x)$, следи:

$$P({}_{k|}a_x) = \frac{N_{x+k}}{N_x}$$

Док је премија за ренту од *R* динара:

$$P = R \cdot P({}_{k|}a_x)$$

Пример 2.

Лице старо 40 година осигурава ренту од 1.500 €. Рента почиње да се прима по истеку 10 година од дана осигурања и доживотно. Колико износи премија за ово осигурање, ако се плаћа антиципативно и доживотно?

Решење:

Старост лица је *x*=40 година, а износ ренте *R*=1.500 €. Пошто рента почиње да се прима „по истеку 10 година од дана осигурања и доживотно“, закључујемо да је одложена и доживотна, па је $k=10$. Примењујемо следећу формулу:

$$P({}_{k|}a_x) = \frac{N_{x+k}}{N_x}$$

Из таблица смртности очитавамо вредности за комутативне бројеве N_{40}, и N_{50}, па следи:

$$P({}_{10|}a_{40}) = \frac{N_{40+10}}{N_{40}} = \frac{131.765{,}619}{263.643{,}62} = 0{,}49979$$

Закључујемо да је премија за 1 € ове ренте 0,50 €.

Затим рачунамо премију за 1.500 € ренте:

$$P = R \cdot P({}_{10|}a_{40}) = 1.500 \cdot 0{,}5 = 750$$

Закључујемо да премија за 1.500 € ренте износи 750 €.

2. Премија се плаћа привремено (највише *m* пута)[1]

Рента се прима непосредно и доживотно

Полазимо од општег случаја:

Лице старо *x* година осигурало је ренту од *R* динара да је прима непосредно и доживотно. Колико износи премија за ово осигурање, ако се плаћа највише *m* пута?

Премију која обезбеђује ренту од 1 динар обележићемо са ${}_mP(a_x)$, следи:

$${}_mP(a_x) = \frac{N_x}{N_x - N_{x+m}}$$

Отуда је премија за ренту од *R* динара:

$$P = R \cdot {}_m P(a_x)$$

Пример 3.

Лице старо 50 година осигурава ренту од 1.100 €. Рента се прима непосредно и доживотно, а премија се плаћа првих 8 година, антиципативно. Колико износи премија?

Решење:

Старост лица је *x*=50 година, а износ ренте *R*=1.100 €. Пошто рента почиње да се прима непосредно и доживотно, а премија се плаћа првих 8 година, закључујемо да се премија плаћа привремено, па је *m* =8. Примењујемо следећу формулу:

$${}_mP(a_x) = \frac{N_x}{N_x - N_{x+m}} = \frac{N_{50}}{N_{50} - N_{50+8}}$$

Из таблица смртности очитавамо вредности за комутативне бројеве N_{50}, и N_{58}, па следи:

$${}_8P(a_{50}) = \frac{131.765{,}619}{131.765{,}619 - 67.192{,}181} = 2{,}04055$$

[1] *m* је ознака за привременост премије

Закључујемо да је премија за 1 € ове ренте 2,04 €.

Затим рачунамо премију за 1.100 € ренте:

$P = 1.100 \cdot 2{,}04 = 2.244$

Закључујемо да премија за 1.100 € ренте износи 2.244 €.

Рента се прима одложено (после k година) и доживотно

Општи случај гласи: Лице старо x година осигурало је ренту од R динара да је прима после k година, доживотно и антиципативно. Колико износи премија за ово осигурање, ако се плаћа највише m пута?

Премију која обезбеђује ренту од 1 динар обележићемо са ${}_mP({}_{k|}a_x)$, следи:

$${}_mP({}_{k|}a_x) = \frac{N_{x+k}}{N_x - N_{x+m}}$$

док је премија за ренту од R динара:

$$P = R \cdot {}_mP({}_{k|}a_x)$$

Пример 4.

Лице старо 50 година осигурава ренту од 1.100 €. Рента се прима после 10 година и доживотно, а премија се плаћа првих 15 година и антиципативно. Колико износи премија за ово осигурање?

Решење:

Старост лица је x=50 година, а износ ренте R=1.100 €. Пошто рента почиње да се прима после 10 година и доживотно, значи да је рента одложена, па је k=10, а премија се плаћа првих 15 година, закључујемо да се премија плаћа привремено, па је m =15. Примењујемо следећу формулу:

$${}_mP({}_{k|}a_x) = \frac{N_{x+k}}{N_x - N_{x+m}} = \frac{N_{50+10}}{N_{50} - N_{50+15}}$$

Из таблица смртности очитавамо вредности за комутативне бројеве N_{50}, N_{60}, и N_{65}, па следи:

$$ {}_{15}P({}_{10|}a_{50}) = \frac{55.414{,}907}{131.765{,}620 - 32.276{,}412} = 0{,}5570 $$

Закључујемо да је премија за 1 € ове ренте 0,56 €.

Затим рачунамо премију за 1.100 € ренте:

$$ P = 1.100 \cdot 0{,}56 = 616 $$

Закључујемо да премија за 1.100 € ренте износи 616 €.

Рента се прима привремено (првих n година)

Општи случај гласи: Лице старо x година осигурало је ренту од R динара да је прима првих n година. Колико износи премија за ово осигурање?

Премију која обезбеђује ренту од 1 динар обележићемо са ${}_{m}P({}_{|n}a_{x})$, следи:

$$ {}_{m}P({}_{|n}a_{x}) = \frac{N_{x} - N_{x+n}}{N_{x} - N_{x+m}} $$

док је премија за ренту од R динара:

$$ P = R \cdot {}_{m}P({}_{|n}a_{x}) $$

Пример 5.

Лице старо 47 година осигурава ренту од 2.500 €. Рента се прима првих 15 година, а премија се плаћа првих 10 година и антиципативно. Колико износи премија за ово осигурање?

Решење:

Старост лица је x=47 година, а износ ренте R=2.500 €. Пошто се рента прима првих 15 година, значи да је рента привремена, па је n=15, а премија се плаћа првих 10 година, закључујемо да се премија плаћа привремено, па је m =10. Примењујемо следећу формулу:

$$ {}_{m}P({}_{|n}a_{x}) = \frac{N_{x} - N_{x+n}}{N_{x} - N_{x+m}} = \frac{N_{47} - N_{47+15}}{N_{47} - N_{47+10}} $$

Из таблица смртности очитавамо вредности за комутативне бројеве N_{47}, N_{57}, и N_{62}, па следи:

$$_{10}P(_{|15}a_{47}) = \frac{164.480{,}14 - 45.133{,}127}{164.480{,}14 - 73.678{,}343} = 1{,}3144$$

Закључујемо да је премија за 1 € ове ренте 1,31 €.

Затим рачунамо премију за 2.500 € ренте:

$$P = 2.500 \cdot 1{,}31 = 3.275$$

Закључујемо да премија за 2.500 € ренте износи 3.275 €.

Рента се прима одложено (после k година) и привремено (највише n пута)

Општи случај гласи: Лице старо x година осигурало је ренту од R динара да је прима после k година. Колико износи премија за ово осигурање?

Премију која обезбеђује ренту од 1 динар обележићемо са $_{m}P(_{k|n}a_{x})$, следи:

$$_{m}P(_{k|n}a_{x}) = \frac{N_{x+k} - N_{x+k+n}}{N_{x} - N_{x+m}}$$

док је премија за ренту од R динара:

$$P = R \cdot {}_{m}P(_{k|n}a_{x})$$

Пример 6.

Лице старо 47 година осигурава ренту од 2.500 €. Рента се прима после 15 година, али највише 20 година, а премија се плаћа првих 10 година и антиципативно. Колико износи премија за ово осигурање?

Решење:

Старост лица је x=47 година, а износ ренте R=2.500 €. Пошто се рента прима после 15 година, значи да је рента одложена, па је k =15, али се прима највише 20 година, па је привремена и n=20. Премија се плаћа првих 10 година, значи да се премија плаћа привремено, па је m =10. Примењујемо следећу формулу:

$$_{m}P(_{k|n}a_{x}) = \frac{N_{x+k} - N_{x+k+n}}{N_{x} - N_{x+m}} = \frac{N_{47+15} - N_{47+15+20}}{N_{47} - N_{47+10}}$$

Из таблица смртности очитавамо вредности за комутативне бројеве N_{47}, N_{57}, N_{62}, и N_{82}, па следи:

$$ {}_{10}P({}_{15|20}a_{47}) = \frac{45.133{,}127 - 1.634{,}12597}{164.480{,}14 - 73.678{,}343} = 0{,}4791 $$

Закључујемо да је премија за 1 € ове ренте 0,48 €.

Затим рачунамо премију за 2.500 € ренте:

$$ P = 2.500 \cdot 0{,}48 = 1.200 $$

Закључујемо да премија за 2.500 € ренте износи 1.200 €.

Др Наташа Папић-Благојевић, проф.

Литература:

1. Вугделија, Д. (2008) *Актуарска математика*, основни концепт за наставу, Суботица.
2. Кочовић, Ј., Митрашевић, М., и Рајић, В. (2016). *Актуарска математика*. Универзитет у Београду, Економски факултет, Центар за издавачку делатност.
3. Кочовић, Ј. (2006) *Актуарске основе формирања тарифа у осигурању лица*, ЦИД Економског факултета у Београду.
4. Ралевић, Р. (1973) *Финансијска и актуарска математика*, Савремена администрација, Београд.
5. Шекарић, М., и Барјактаровић, Л. (2010) *Финансијска математика и актуарство*, скрипта, Универзитет Сингидунум, Београд.