

PRIPREMA ZA KOLOKVIJUM IZ POSLOVNE STATISTIKE

1. U istraživanju o broju članova domaćinstva prikupljeni su podaci od 107 ispitanika:

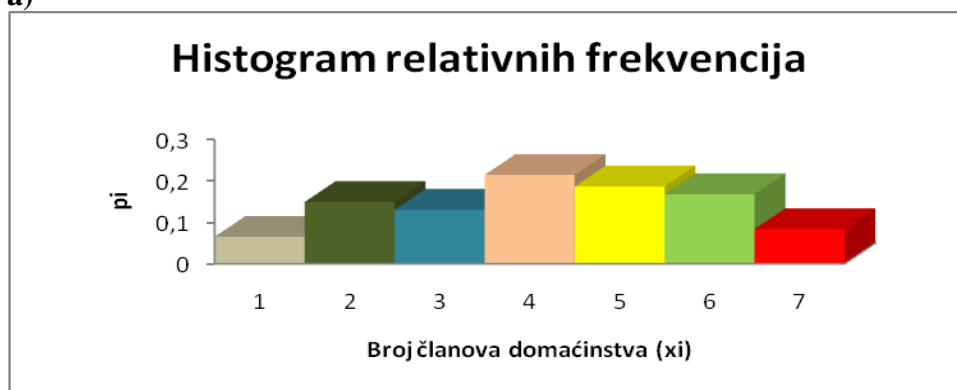
Broj članova domaćinstva (xi)	Broj ispitanika (fi)
1	7
2	16
3	14
4	23
5	20
6	18
7	9

- a) Formirati distribuciju relativnih frekvencija i nacrtati histogram.
- b) Analizirati varijabilitet ispitanika koristeći apsolutnu i standardnu devijaciju.
- c) Izračunati modus i medijanu.
- d) Ispitati spljoštenost datog rasporeda.

BROJ ČLANOVA DOMAĆINSTVA

Broj članova domaćinstva (xi)	Broj ispitanika (fi)	pi	fi*xi	$f_i x_i - \bar{x} $	$f_i \cdot (x_i - \bar{x})^2$	K _{fis}	$f_i (x_i - \bar{x})^4$
1	7	0,0654	7	22,02	69,4575	7	689,19
2	16	0,1495	32	34,4	73,96	23	341,88
3	14	0,1308	42	16,1	18,515	37	24,49
4	23	0,2150	92	3,45	0,5175	60	0,01
5	20	0,1869	100	17	14,45	80	10,44
6	18	0,1682	108	33,3	61,605	98	210,84
7	9	0,0841	63	25,65	73,1025	107	593,78
Ukupno	107	0,9999	444	151,92	311,6075	-	1870,63

a)



b)

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^k f_i x_i}{\sum_{i=1}^k f_i} = \frac{444}{107} = 4,15$$

Odgovor: Prosečan broj članova domaćinstva u pomenutom ispitavanju iznosi 4,15.

$$AD = \frac{\sum_{i=1}^k f_i |x_i - \bar{x}|}{\sum_{i=1}^k f_i} = \frac{151,92}{107} = 1,42$$

Odgovor: Prosek apsolutnih odstupanja broja članova domaćinstva od prosečnog broja iznosi 1,42 domaćinstva.

$$s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^k f_i (x_i - \bar{x})^2}{\sum_{i=1}^k f_i}} = \sqrt{\frac{311,6075}{107}} = 2,91$$

Odgovor: Prosečno odstupanje broja članova domaćinstva svakog ispitanika od prosečnog broja iznosi 2,91 domaćinstva.

c)

$$M_0 = 4$$

Odgovor: Najveći broj ispitanika ima 4 člana domaćinstva.

$$Me = x_{\frac{n+1}{2}} = x_{\frac{107+1}{2}} = x_{54} = 4$$

Odgovor: Polovina ispitanika ima manje od 4 člana domaćinstva, a druga polovina više od 4 člana.

$$m_4 = \frac{\sum_{i=1}^k f_i (x_i - \bar{x})^4}{\sum_{i=1}^k f_i} = \frac{1870,63}{107} = 17,4825$$

$$\alpha_4 = \frac{m_4}{s^4} = \frac{17,4825}{2,91^4} = \frac{17,4825}{71,7087} = 0,2438 \leftarrow 3$$

Odgovor: Data distribucija je spljoštena i više varira oko srednje vrednosti.

2. Na osnovu rasporeda gazdinstava prema veličini obradive površine:

Obradive površine (ha)	Broj gazdinstava
0-6	10
6-12	13
12-18	25
18-24	34
24-30	18

- Analizirati varijabilitet gazdinstava koristeći varijansu i koeficijent varijacije.
- Nikola ima gazdinstvo od 16 ha. Koliko Nikolino gazdinstvo odstupa od prosečne veličine gazdinstava. Odstupanje izraziti pomoću relativne mere varijacije.
- Izračunati i grafički prikazati modus.
- Odrediti simetričnost datog rasporeda.

Obradive površine (ha) (x_i)	Broj gazdinstava (f_i)	x_{is}	$f_i \cdot x_i$	$f_i \cdot (x_i - \bar{x})^2$	$f_i \cdot (x_i - \bar{x})^3$
0-6	10	3	30	2022,08	-28754,03
6-12	13	9	117	878,39	-7220,36
12-18	25	15	375	123,21	-273,53
18-24	34	21	714	485,81	1836,35
24-30	18	27	486	1721,67	16837,94
Ukupno	100	-	1722	5231,16	-17573,63

a)

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^k f_i x_i}{\sum_{i=1}^k f_i} = \frac{1722}{100} = 17,22$$

Odgovor: Prosečna obradiva površina iznosi 17,22 hektara.

$$s^2 = \frac{\sum_{i=1}^k f_i (x_i - \bar{x})^2}{\sum_{i=1}^k f_i} = \frac{5231,16}{100} = 52,31$$

Odgovor: Prosečno kvadratno odstupanje obradive površine svakog pojedinačnog gazdinstva od prosečne obradive površine iznosi 52,31 hektara.

$$s = \sqrt{s^2} = \sqrt{52,31} = 7,23$$

$$C_v = \frac{s}{\bar{x}} \cdot 100 = \frac{7,23}{17,22} \cdot 100 = 41,99\%$$

Odgovor: Prosečno odstupanje obradive površine svakog pojedinačnog gazdinstva od prosečne obradive površine iznosi 41,99 % mereno koeficijentom varijacije.

b)

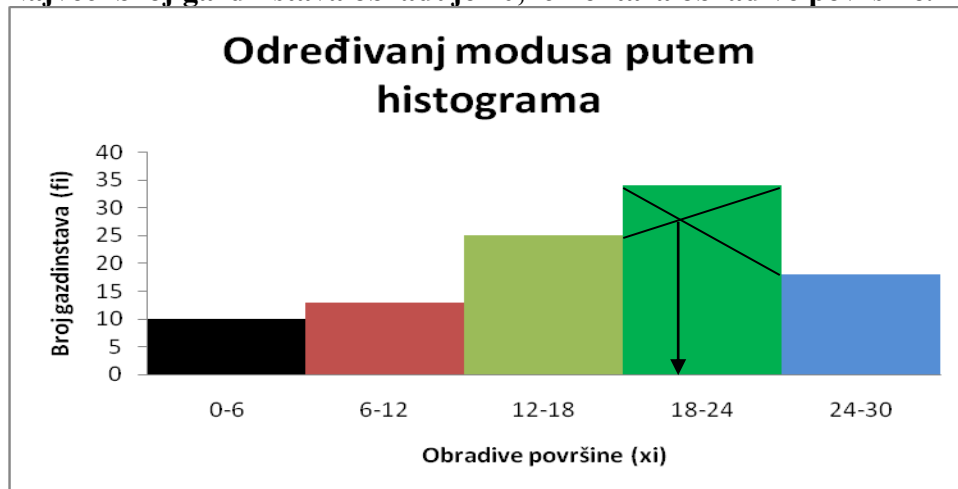
$$z = \frac{x_i - \bar{x}}{s} = \frac{16 - 17,22}{7,23} = -0,1687$$

Odgovor: Nikolino gazdinstvo odstupa od prosečne obradive površine za -0,1687 standardnih devijacija.

c)

$$M_o = L_m + \frac{f_m - f_{m-1}}{(f_m - f_{m-1}) + (f_m - f_{m+1})} \cdot \Delta = 18 + \frac{34 - 25}{(34 - 25) + (34 - 18)} \cdot 6 = 20,16$$

Odgovor: Najveći broj gazdinstava obrađuje 20,16 hektara obradive površine.



d)

$$m_3 = \frac{\sum_{i=1}^k f_i (x_i - \bar{x})^3}{\sum_{i=1}^k f_i} = \frac{-17573,63}{100} = -175,74$$

$$\alpha_3 = \frac{m_3}{s^3} = \frac{-175,74}{7,23^3} = \frac{-175,74}{377,93} = -0,465 \leftarrow 0$$

Odgovor: Data distribucija je asimetrična u levo.

3. Profit preduzeća i investicije (ulaganja) u preduzeće prikazani su sledećim podacima:

Profit (10 ⁶ din)	12	15	18	24	33	40	45
Investicije (10 ⁶ din)	3	5	7	10	14	16	20

- Oceniti parametre linearne regresije i napisati opšti oblik linearne regresije.
- Ispitati stepen zavisnosti između profita i investicija.
- Ispitati sa koliko se procenata obima profita objašnjava uticajem izdvajanja u investicije.
- Koliko je prosečno odstupanje podataka od linije regresije?
- Predvideti sa 99% pouzdanosti koliki će biti obim profita ukoliko se bude izdvajalo u investicije 15 miliona dinara.

Investicije (10 ⁶ din)	Profit (10 ⁶ din)	$x_i \cdot y_i$	x_i^2	y_i^2
x_i	y_i			
3	12	36	9	144
5	15	75	25	225
7	18	126	49	324
10	24	240	100	576
14	33	462	196	1089
16	40	640	256	1600
20	45	900	400	2025
75	187	2479	1035	5983

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} = \frac{75}{7} = 10,714$$

Odgovor: Prosečno izdvajanje u investicije iznosi 10.714.000 dinara.

$$\bar{y} = \frac{\sum_{i=1}^n y_i}{n} = \frac{187}{7} = 26,714$$

Odgovor: Prosečan profit iznosi 26.714.000 dinara

$$b = \frac{\sum x_i y_i - n \cdot \bar{x} \cdot \bar{y}}{\sum x_i^2 - n \bar{x}^2} = \frac{2479 - 7 \cdot 10,714 \cdot 26,714}{1035 - 7 \cdot 10,714^2} = \frac{475,503428}{231,471428} = 2,054$$

Odgovor: Kada se izdvajanje u investicije poveća za 1 milion dinara profit će se u proseku povećati za 2.054.000 dinara.

$$a = \bar{y} - b \bar{x} = 26,714 - 2,054 \cdot 10,714 = 4,707$$

Odgovor: Kada je izdvajanje u investicije $x_i=0$ profit će biti 4.707.000 dinara.

Ocenjeni oblik linearne regresije je:

$$\hat{y}_i = a + b \cdot x_i = 4,707 + 2,054 \cdot x_i$$

b)

$$r = \frac{\sum x_i y_i - n \cdot \bar{x} \cdot \bar{y}}{\sqrt{(\sum x_i^2 - n \cdot \bar{x}^2) \cdot (\sum y_i^2 - n \cdot \bar{y}^2)}} = \frac{2479 - 7 \cdot 10,714 \cdot 26,714}{\sqrt{(1035 - 7 \cdot 10,714^2) \cdot (5983 - 7 \cdot 26,714^2)}} = \frac{475,503428}{\sqrt{231,471428 \cdot 987,535428}}$$
$$= \frac{475,503428}{\sqrt{228586,2357}} = \frac{475,503428}{478,1069292} = 0,995$$

Odgovor: Na osnovu izračunatog koeficijenta korelacije između posmatranih promenljivih postoji jaka pozitivna korelaciona veza.

c)

$$r^2 = \frac{a \cdot \sum y_i + b \cdot \sum x_i y_i - n \cdot \bar{y}^2}{\sum y_i^2 - n \cdot \bar{y}^2} = \frac{4,707 \cdot 187 + 2,054 \cdot 2479 - 7 \cdot 26,714^2}{5983 - 7 \cdot 26,714^2} = \frac{976,610428}{987,535428} = 0,9889$$

Odgovor: Obim profita se sa 98,89% objašnjava uticajem izdvajanja u investicije.

d)

$$s_e = \sqrt{\frac{\sum y_i^2 - a \cdot \sum y_i - b \cdot \sum x_i y_i}{n-2}} = \sqrt{\frac{5983 - 4,707 \cdot 187 - 2,054 \cdot 2479}{7-2}} = \sqrt{2,185} = 1,478$$

Odgovor: Prosečno odstupanje zavisne promenljive profita od linije regresije iznosi 1,478.

e)

$$\hat{y}_0 = a + b \cdot x_0 = 4,707 + 2,054 \cdot 15 = 35,517$$

Odgovor: Na osnovu jednačine linearne regresije a pri izdvajanju u investicije iznosa od 15.000.000 dinara možemo očekivati da će profit biti 35.517.000 dinara.

$$s_p = s_e \sqrt{1 + \frac{1}{n} + \frac{(\bar{x} - x_0)^2}{\sum x_i^2 - n \cdot \bar{x}^2}} = 1,478 \cdot \sqrt{1 + \frac{1}{7} + \frac{(10,714 - 15)^2}{1035 - 7 \cdot 10,714^2}} = 1,478 \cdot \sqrt{1,222} = 1,634$$

$$t_{\alpha/2; n-2} = t_{0,005; 5} = 4,03$$

$$\hat{y}_0 - t_{\alpha/2; n-2} \cdot s_p < y_0 < \hat{y}_0 + t_{\alpha/2; n-2} \cdot s_p$$

$$35,517 - 4,03 \cdot 1,634 < y_0 < 35,517 + 4,03 \cdot 1,634$$

$$28,932 < y_0 < 42,102$$

Odgovor: Može se očekivati da će se sa nivoom pouzdanosti od 99% i pri izdvajanju u investicije od 15.000.000 dinara profit kretati u intervalu od 28.932.000 do 42.102.000 dinara.