6. PORTFOLIO

6.2. PORTFOLIO MINIMALNE VARIJANSE

Prethodni zadaci koji su rađeni su polazili od toga da su udeli dva instrumenta dati. Međutim, u praksi je upravo to što treba da se utvrdi kako bi investitor ostvario svoje ciljeve. U literaturi koja se bavi portfolio finansijama, postoji formula preko koje je moguće izračunati udeo sekundarnog instrumenta u portfoliu od dva instrumenta, koji kreira tzv. portfolio minimalne varijanse (MVP, eng. *minimum variance portfolio*), odnosno to je portfolio koji ima najmanju varijansu ili najmanji rizik. Drugim rečima, od ovog portfolia nijedan drugi portfolio sa drugim udelima nema manji rizik i zato se on zove portfolio minimalne varijanse. Formula preko koje se računa udeo sekundarnog instrumenta u portfoliu minimalne varijanse od dva instrumenta glasi:

$$W_{MVP}^{S} = \frac{\sigma_P^2 - COV_{P,S}}{\sigma_P^2 + \sigma_S^2 - 2COV_{P,S}} \tag{6.4}$$

Uz uslov:

$$W_{MVP}^{S} = \begin{cases} 0, & ako \quad W^S < 0 \\ W^S, & ako \quad 0 \le W^S \le 1 \\ 1, & ako \quad W^S > 0 \end{cases} \tag{6.5}$$

Oznaka W^Spredstavlja udeo (eng. weight) sekundarnog instrumenta (S) u portfoliju od dva instrumenta, gde je udeo primarnog instrumenta (W_{MVP}^{P}) onda 1 - W^S. Ako je izračunati udeo (W^S) prema jednačini (1) manji od nule onda je udeo sekundarnog instrumenta 0, ako je veći od 1 onda je 1, a ako je između 0 i 1 onda je veličina udela onolika koliko je izračunata prema jednačini 6.4 (uslovi u izrazu 6.5). Simbol σ_P^2 označava varijansu primarnog instrumenta, simbol σ_S^2 označava varijansu sekundarnog instrumenta, a simbol $COV_{P,S}$ označava kovarijansu dva instrumenta. Prilikom računanja udela sekundarnog instrumenta u porfoliu, pravilo je da se za sekundarni instrument bira onaj koji je manje rizičan.

Takođe, kada se napravi portfolio, onda je korisno uporediti njegove performanse sa aspekta rizika u odnosu na nediverzifikovanu investiciju. To se meri preko tzv. indeksa efikasnosti hedžiranja (HEI – eng. *hedge effectiveness index*), a on se računa preko izraza (6.6).

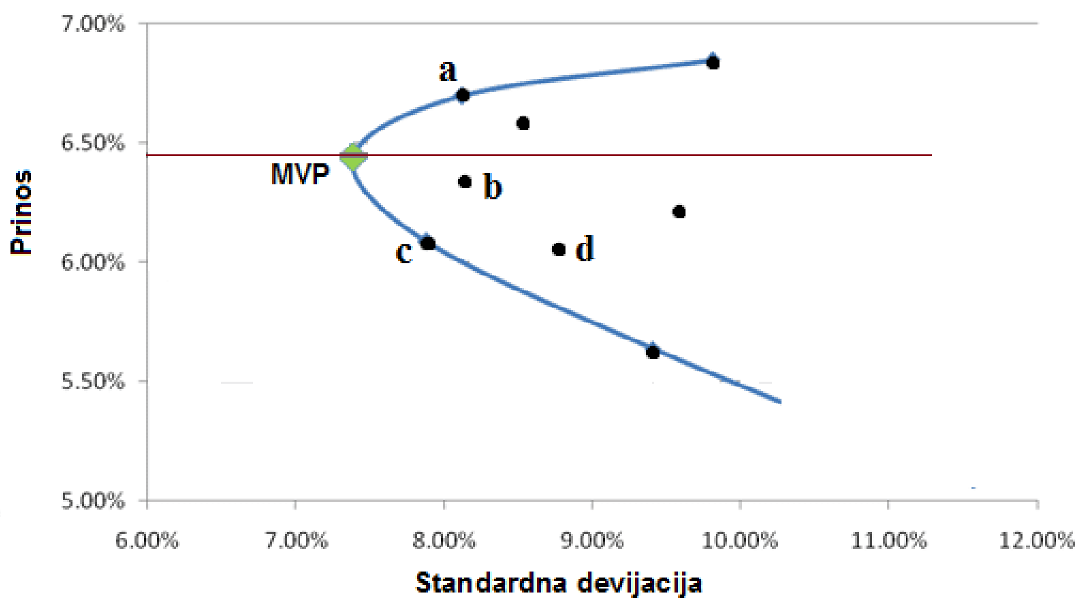
$$HEI = \frac{\sigma_{NEHEDŽIRANA}^2 - \sigma_{HEDŽIRANA}^2}{\sigma_{NEHEDŽIRANA}^2} \tag{6.6}$$

Pokazatelj HEI posmatra odnos varijanse nehedžiranog ulaganja (tj. ulaganja samo u primarni instrument) i varijanse portfolia, koji je hedžirana investicija (tj. ulaganje u dva instrumenta). Ako je HEI vrednost manja od 1 to znači da je rizik portfolija umanjen konstrukcijom portfolija u skladu sa udelima računatim prema formuli za MVP. Odnosno, što je bliži HEI indeks jedinici, to je hedžiranje bolje. Sa druge strane, ako se dobije negativna HEI vrednost onda to znači da nehedžirano ulaganje ima niži rizik od hedžiranog ulaganja, odnosno to znači da ne treba kombinovati primarni instrument sa sekundarnim instrumentom. HEI indeks ne može da bude veći od 1.

LINIJA EFIKASNOSTI PORTFOLIA:

Kada govorimo o kombinaciji udela dva instrumenta u portfoliu, onda treba reći da pored portfolia minimalne varijanse (MVP) postoje i oni portfolii koji su efikasni i oni koji su neefikasni. Svi ti portfolii se prikazuju preko tzv. Efikasne granične linije (eng. *efficient frontier line*) portfolia, a njenu ilustraciju možemo videti na slici 6.2. Slika 6.2. nam prikazuje prinos (Y osa) i standardnu devijaciju (X osa) više portfolia, koji su obeleženi crnim tačkama. Zakrivljenom plavom linijom su prikazani svi portfolii koji imaju granične (najbolje) kombinacije prinosa i rizika. Na mestu zakrivljenja efikasne granične linije je ucrtan portfolio minimalne varijanse, koji ima najmanji rizik od svih mogućih portfolia, odnosno MVP. Taj portfolio ima najmanju varijansu i određeni prinos, a moguće ga je kreirati preko udela primarnog i sekundarnog instrumenta koje računa izraz (6.4). Svi drugi portfolii koji se nalaze na plavoj liniji su kreirani sa udelima koji drugačiji od MVP. Samo može postojati jedan portfolio koji je MVP.

Slika 6.2. Linija efikasnosti portfolia



Izvor: delo autora.

Crvena linija prolazi kroz tačku MVP i deli efikasnu graničnu liniju na dva dela. Gornji deo efikasne granične linije predstavljaju tzv. efikasni portfolii, a na donjem delu su neefikasni portfolii. Zašto je to tako? Naime, sve ucrtane tačke na plavoj liniji predstavljaju kombinaciju prinosa i rizika. Međutim, na gornjem delu plave linije se nalaze portfolii kojima se povećava rizik uz povećanje prinosa. To su tzv. efikasni portfolii i svaka kombinacija rastućeg prinosa uz rastući rizik predstavlja legitiman izbor investitora. Samo od averzije investitora prema riziku zavisi da li će biti izabran portfolio bliže tački MVP ili dalje od nje. Sa druge strane, sve kombinacije ispod crvene linije predstavljaju neefikasne portfolie, jer je kod njih povećanje rizika praćeno smanjenjem prinosa, što bi odvratilo svakog racionalnog investitora. Tačke koje se nalaze unutar efikasne granične linije, takođe predstavljaju neefikasne portfolie u odnosu na portfolie koji se nalaze na liniji efikasnih portfolia. To je zbog toga što je kod njih rizik veći nego kod portfolia koji se nalazi na plavoj liniji sa istim prinosom (tačka d u odnosu na c), ili je prinos manji nego kod portfolia na plavoj liniji sa istim nivoom rizika (tačka b u odnosu na a). Portfolii unutar linije efikasnosti portfolia su neki drugi portfolii, sastavljeni od neka druga dva instrumenta, dok se svi portfolii sa različitim udelima od početna dva instrumenta nalaze na plavoj liniji, tj. liniji efikasnih portfolia. Sledeći zadatak daje primer računanja portfolia minimalne varijanse.

ZADATAK 20 – konstrukcija portfolija sa minimalnom varijansom

Investitor ulaže primarno u američki indeks S&P500. U cilju smanjenja rizika, investitor odlučuje da kombinuje S&P500 indeks sa ulaganjem u zlato. Odredite koliki bi udeo zlata trebao da bude u MVP od dva instrumenta. Takođe, utvrdite kolika je varijansa portflija i njegov prinos. Prosečni prinosi S&P500 indeksa i zlata u tri moguća scenarija su dati u sledećoj tabeli:

	Verovatnoća P_i	Prinos indeksa S&P ($R_{S\&P}$)	Prinos zlata (R_{zlato})
Ekspanzija	0,3	8	2
Normalan rast	0,5	5	6
Recesija	0,2	-6	7

Rešenje:

Da bismo mogli da izračunamo udeo sekundarnog instrumenta u MVP, prvo treba da izračunamo varijanse oba instrumenta kako bi videli koji instrument je rizičniji, a rizičniji instrument je primarni instrument u procesu računanja MVP.

Očekivani prinos indeksa S&P500 i zlata su:

$$E(R_{S\&P}) = P_{S\&P,i} \times R_{S\&P,i} = 0{,}3 \times 8 + 0{,}5 \times 5 + 0{,}2 \times (-6) = 3{,}7$$
$$E(R_{Gold}) = P_{Gold,i} \times R_{Gold,i} = 0{,}3 \times 2 + 0{,}5 \times 6 + 0{,}2 \times 7 = 5{,}8$$

Varijanse i standardne devijacije su:

$\sigma^2_{S\&P}$ = 18,49 × 0,3 + 1,69 × 0,5 + 94,08 × 0,2 = 25,208

σ^2_{Gold}= 14,44 × 0,3 + 0,04 × 0,5 + 1,44 × 0,2 = 4,574

$\sigma_{S\&P} = \sqrt{25.208} = 5.021$
$\sigma_{Gold} = \sqrt{4.574} = 2.139$

Pošto je S&P500 indeks rizičniji, on je onda primarni instrument u računanju MVP.

Tabela za računanje kovarijanse

Verovatn-oća P_i	Prinos $R_{S\&P}$	Prinos R_{zlato}	Odstupanje $R_{S\&P}$-$E(R_{S\&P})$	Odstupanje R_{zlato}-$E(R_{zlato})$	Kvadrat odstupanja (varijansa) $(R_{S\&P}-E(R_{S\&P}))^2$	Kvadrat odstupanja (varijansa) $(R_{zlato}-E(R_{zlato}))^2$	Kovarijansa $COV(R_{S\&P},R_{zlato})$
0,3	8	2	4,3	-3,8	18,49	14,44	16,34
0,5	5	6	1,3	0,2	1,69	0,04	0,13
0,2	-6	7	-9,7	1,2	94,08	1,44	11,64
Σ					25,208	4.574	7,1

Kovarijansa je:
COV (S&P, Gold)= [0,3 × 4,3 × (-3,8)] + [0,5 × 1,3 × 0,2] + [0,2 × (-9,7) × 1,2] = -4,902 + 0,13 - 2,328 = -7,1

Korelacija je:

$$\rho = \frac{\text{COV (S\&P, Gold)}}{\sigma_{S\&P} \times \sigma_{GOLD}} = \frac{-7.1}{5.021 \times 2.139} = \frac{-7.1}{10.738} = -0.661$$

Udeo sekundarnog instrumenta u MVP prema izrazu (6.4) je:

$$W_{MVP}^{S} = \frac{\sigma_P^2 - COV_{P,S}}{\sigma_P^2 + \sigma_S^2 - 2COV_{P,S}} = \frac{25.208 - (-7.1)}{25.208 + 4.574 - 2 \times (-7.1)} = \frac{32.308}{43.982} = 0.7323 \approx 73\%$$

Prema jednačini za MVP, investitor bi u proseku trebao da ulaže u zlato 73%, dok bi u indeks S&P500 trebao u proseku da ulaže 1 - 0,73 = 0,27 = 27%. Na ovaj način investitor je došao do portfolia koji ima minimalnu varijansu, odnosno najmanji rizik.

Prinos, varijansa i standardna devijacija portfolia minimalne varijanse (MVP) u tom slučaju su:

$$r_{MVP} = W_P r_P + W_S r_S = 0.27 \times 3.7 + 0.73 \times 5.8 = 5.233$$

$$\sigma_{MVP}^2 = (W_P\sigma_P)^2 + (W_S\sigma_S)^2 + 2(W_P\sigma_P)(W_S\sigma_S)\rho_{PS} =$$
$$= (0.27 \times 5.021)^2 + (0.73 \times 2.139)^2 + 2(0.27 \times 5.021)(0.73 \times 2.139) \times (-0.66) = 1.481804$$

$\sigma_{MVP} = \sqrt{\sigma_p^2} = \sqrt{1.481804}$ =1.217294

Ako bismo hteli da vidimo koliki su prinos i varijansa portfolia, koji nemaju optimalan udeo instrumenata, nego su udeli sekundarnog instrumenta iznad i ispod udela MVP, npr. 80% i 60%, onda bi te varijanse iznosile:

I) Prinos, varijansa i standardna devijacija portfolia (A) sa udelom sekundarnog instrumenta od 80%:

$$r_A = W_P r_P + W_S r_S = 0.20 \times 3.7 + 0.80 \times 5.8 = 5.38$$

$$\sigma_A^2 = (0.20 \times 5.021)^2 + (0.80 \times 2.139)^2 + 2(0.20 \times 5.021)(0.80 \times 2.139) \times (-0.66) = 1.668352$$

$\sigma_A = \sqrt{\sigma_p^2} = \sqrt{1.668352} = 1.291647$

II) Varijansa i standardna devijacija portfolia (B) sa udelom sekundarnog instrumenta od 60%:

$$r_B = W_P r_P + W_S r_S = 0.40 \times 3.7 + 0.60 \times 5.8 = 4.96$$

$$\sigma_B^2 = (0.40 \times 5.021)^2 + (0.60 \times 2.139)^2 + 2(0.40 \times 5.021)(0.60 \times 2.139) \times (-0.66) = 2.27838$$

$\sigma_B = \sqrt{\sigma_p^2} = \sqrt{2.27838}$ =1.50943

Zaključak: Sva tri portfolia, koji su izračunati uz različite udele S&P500 indeksa i zlata se nalaze na liniji efikasnih portfolia, ali portfolio A se nalazi na gornjoj polovini linije efikasnih portfolia i on je tzv. efikasni portfolio, a portfolio B se nalazi na donjoj polovini linije efikasnih portfoli i on je tzv. neefikasni portfolio. U slučaju portfolia A: njemu je veći rizik od MVP, $\sigma_A = 1.291 > \sigma_{MVP} = 1.217$, ali takođe su mu veći i prinosi od prinosa MVP, $r_A = 5.38 > r_{MVP} = 5.233$. Drugim rečima kod efikasnog portfolia dolazi do povećanja i rizika i prinosa. Sa druge, kod portfolia B koji je neefikasan, povećanje rizika je praćeno smanjenjem prinosa u odnosu na MVP: $\sigma_B = 1.509 > \sigma_{MVP} = 1.217$; $r_B = 4.96 < r_{MVP} = 5.233$.

Nakon izračunavanja varijanse portfolia, moguće je izračunati indeks efikasnosti hedžiranja (HEI) portfolija.

$$HEI_{MVP} = \frac{\sigma_{S\&P}^2 - \sigma_p^2}{\sigma_{S\&P}^2} = \frac{25.208 - 1.482}{25.208} = 0.9412 = 94.12\%$$

$$HEI_A = \frac{\sigma_{S\&P}^2 - \sigma_p^2}{\sigma_{S\&P}^2} = \frac{25.208 - 1.668}{25.208} = 0.9338 = 93.38\%$$

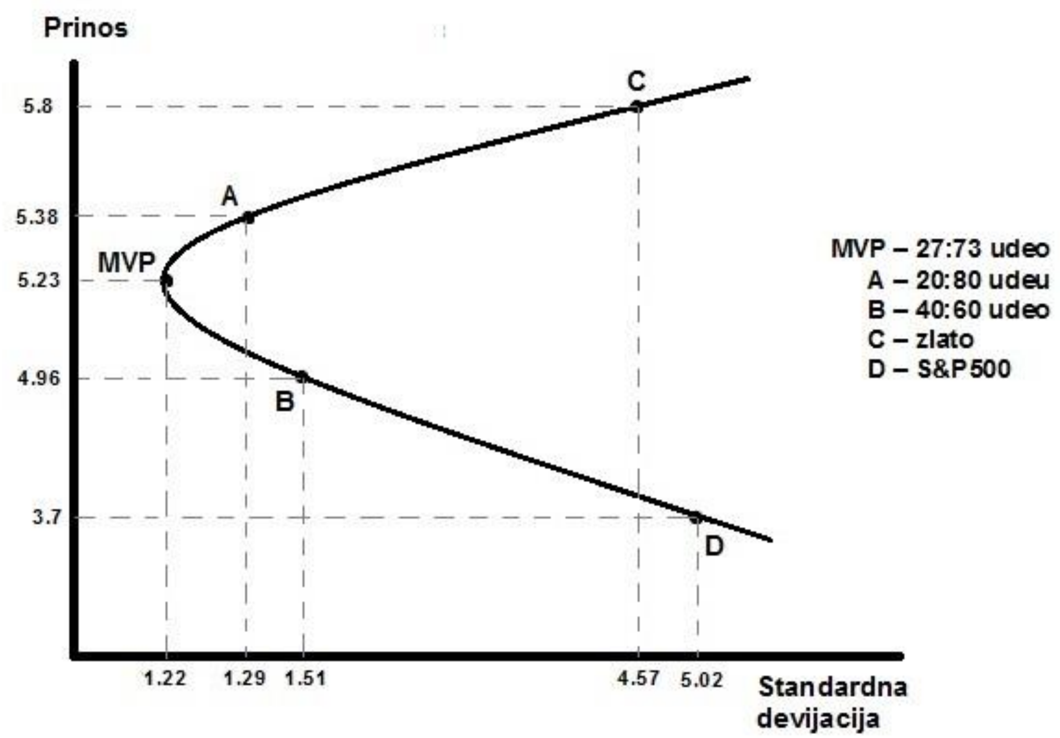
$$HEI_B = \frac{\sigma_{S\&P}^2 - \sigma_p^2}{\sigma_{S\&P}^2} = \frac{25.208 - 2.278}{25.208} = 0.9096 = 90.96\%$$

Zaključak: Vrednost HEI indeksa je veoma visoka u sva tri primera, što znači da je varijansa portfolio značajno umanjena u odnosu na primarni instrument S&P500 indeks. Drugim rečima, uključivanjem zlata u portfolio sa S&P500, postignuto je značajno umanjenje rizika portfolia. Međutim, ipak je uočljivo da MVP daje najbolje rezultate umanjenja rizika u odnosu na primarni instrument S&P500, sa udelom zlata od 73% i S&P500 indeksa sa 27%.

ZADATAK 21 – Ucrtavanje efikasne granice portfolia

Na bazi zadatka 7, grafički prikažite efikasnu granicu portfolia, ucrtajte MVP, kao i dva portfolia (A i B) koji nemaju minimalnu varijansu. Takođe, ucrtajte pozicije S&P500 indeksa i zlata na grafikonu. Prokomentarišite sliku.

Rešenje:

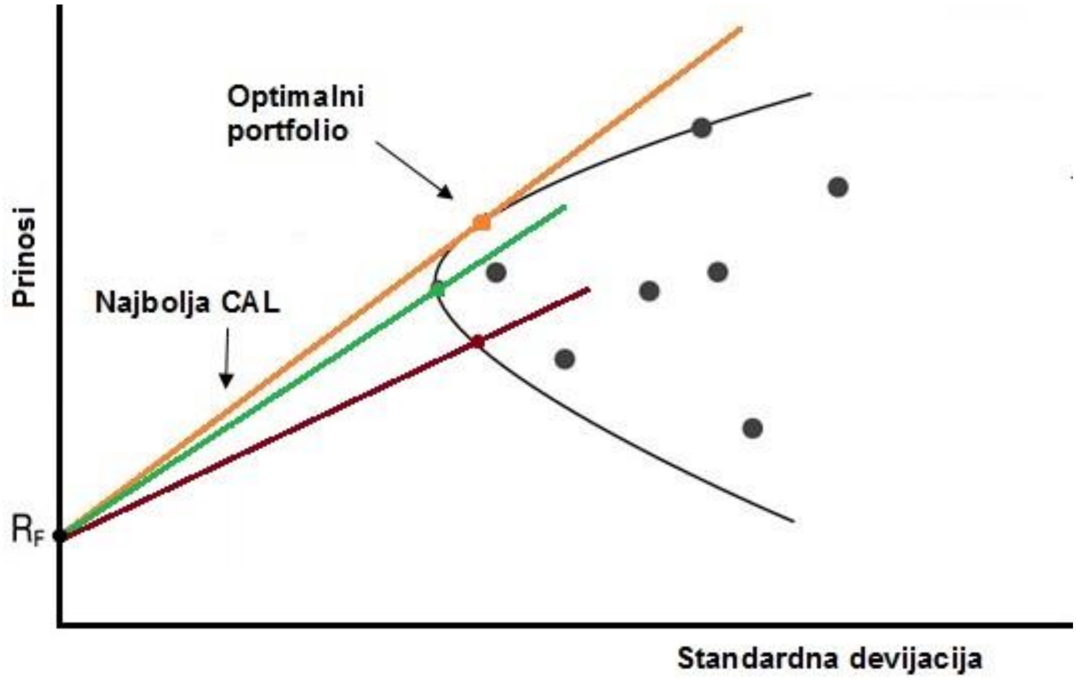


Komentar: Kriva granice efikasnih portfolija je uvek konkavna (udubljena) u odnosu na ordinatu (Y osu). U temenu granice efikasnih portfolija nalazi se MVP, koji ima najnižu standardnu devijaciju uz određenu stopu prinosa. Kriva granice efikasnih portfolija može da se podeli na dva dela – iznad i ispod tačke MVP. Sve tačke iznad MVP (npr. tačka A) predstavljaju set efikasnih portfolija, odnosno ti portfolii obezbeđuju veći prinos od MVP, ali uz veći rizik. Tačke ispod MVP (npr. tačka B) čine skup neefikasnih portfolija, i treba ih ignorisati, zato što uz manji prinos imaju i veći rizik. Koju će konkretnu kombinaciju iznad tačke MVP izabrati investitor zavisi od njegovih preferencija, odnosno njegove averzije prema riziku, jer veći prinos povlači i veći rizik. Može se primetiti da povećanje udela zlata u portfoliu sa 73% na 80% povećava rizik, ali povećava i prinos portfolia (portfolio A je efikasan), dok smanjenje udela zlata sa 73% na 60% povećava rizik portfolia, ali i smanjuje prinos (portfolio B je neefikasan). Tačka C predstavlja „portfolio" koji čini 100% udela zlata i 0% udela S&P500, dok u tački D taj odnos čini 100% udela S&P500 i 0% zlata. Sa aspekta svih tačaka na slici, ulaganje 100% u S&P500 je najgora varijanta, prema ovom hipotetičkom primeru, jer podrazumeva najveći rizik uz najmanji prinos. Sa druge strane, ulaganje samo u zlato može doneti najveći prinos, ali i uz velik rizik u odnosu na MVP.

LINIJA ALOKACIJE KAPITALA

Linija alokacije kapitala (CAL, eng. *capital allocation line*) ima potpunu analogiju sa ranije objašnjavanom tržišnom linijom HoV (SML), a razlika je u tome što SML posmatra odnos prinosa i rizika za jednu HoV, a CAL posmatra isti taj odnos, samo sa aspekta portfolia. Linija alokacije kapitala prikazuje veličinu prinosa koju investitor može ostvariti uz određeni nivo rizika. Drugim rečima, svaki portfolio na efikasnoj liniji portfolia ima svoju CAL sa različitim uglom u odnosu na X osu.

Slika 6.3. Najbolja linija alokacije kapitala i optimalni portfolio



Izvor: delo autora.

CAL u suštini oslikava Šarpov racio, koji posmatra odnos prinosa i rizika, uzimajući u obzir da svaki investitor može ostvariti minimalni prinos, koji je u suštini bezrizični prinos ostvaren na državne obveznice. Drugim rečima, CAL pokazuje koliki je dodatni prinos portfolia na dodatni rizik, i to se još naziva stopa nagrade u prihodu prema varijabilitetu (riziku). Da se potsetimo, Šarpov racio se računa kao: $Sharpe\ ratio = \frac{r_p - r_f}{\sigma_p}$. Slika 6.3 prikazuje najbolju liniju alokacije kapitala i optimalni portfolio. Svaka linija CAL koja ima veći ugao u odnosu na X osu ima veći Šarpov racio, odnosno u tom slučaju investitor ostvaruje veći prinos za dati rizik. Najveći ugao u odnosu na X osu, samim tim najveći Šarpov racio ima portfolio kroz koga prolazi CAL (žuta linija) koja je tangenta na liniju efikasnih portfolija. Portfoli sa najvećim Šarpovim raciom se naziva optimalni portfolio (žuta tačka). Zelena linija koja prolazi kroz tačku MVP (zelena tačka) ima manji šarpov racio nego žuta tačka. Odnosno u zelenoj tački je manji odnos prinos/rizik nego u žutoj tački. Linija alokacije kapitala na Y osi polazi od nivoa R_F, a to je bezrizični prinos, odnosno bezrizična kamatna stopa. Zapravo, stopa nagrade u prihodu prema varijabilitetu (riziku) je ista kod svih portfolia koji se nalaze na istoj CAL, samo se razlikuju kombinacije prinosa i rizika, odnosno 1% povećanja prinosa podrazumeva n% povećanja rizika, i obrnuto. Investitori koji nisu skloni riziku izabraće portfolio u tački R_F, a investitori koji su skloniji riziku, a hoće da ga minimiziraju, odabraće tačku MVP (zelena tačka). Investitori koji su još tolerantniji prema riziku odabraće neku tačku iznat tačke MVP na liniji granice efikasnih portfolia. Investitori koji biraju optimalni (najbolji) odnos prinosa i rizika, izabraće optimalni portfolio sa najvećim Šarpovim raciom u žutoj tački, gde je CAL tangenta na liniju efikasnih portfolia.

<u>ZADATAK 22</u> – Izračunavanje stope nagrade u prihodu prema varijabilnosti portfolia

Na bazi podataka za tri portfolija (MVP, A i B) iz zadatka 20, izračunajte stope nagrade u prihodu prema varijabilnosti portfolija, odnosno Šarpov racio, za sva tri portfolija, ako je bezrizična stopa 2% i protumačite dobijene rezultate.

Stope nagrade u prihodu prema varijabilnosti portfolija (Šarpov racio) su:

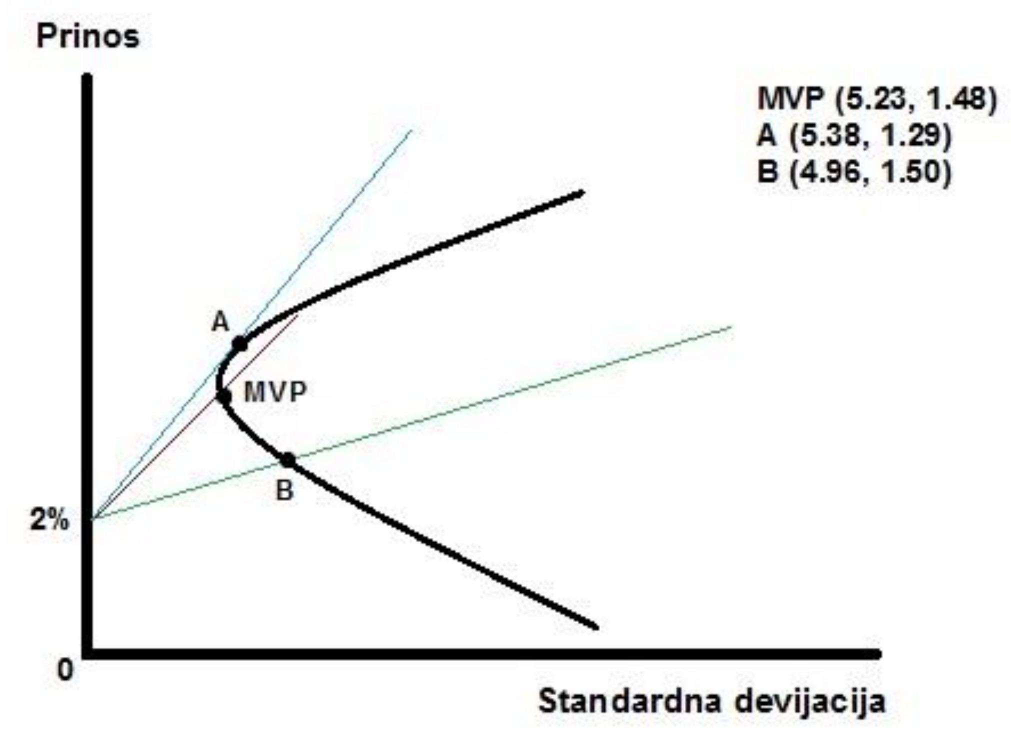
$$S_{MVP} = \frac{r_{MVP} - r_f}{\sigma_{MVP}} = \frac{5.233 - 2}{1.4818} = 2.18$$
$$S_A = \frac{r_A - r_f}{\sigma_A} = \frac{5.38 - 2}{1.2916} = 2.62$$
$$S_B = \frac{r_B - r_f}{\sigma_B} = \frac{4.96 - 2}{1.5094} = 1.96$$

Komentar: Može se primetiti da je stopa nagrade u prihodu prema varijabilnosti (Šarpov racio) veća u portfoliu A u odnosu na MVP. Istovremeno to znači da se tačka A nalazi iznad tačke MVP na liniji efikasnih portfolia, što je potvrda prethodno rečenog. Portfolio B spada u grupu neefikasnih portfolia i on ima niži S (Šarpov racio) u odnosu na MVP i portfolio A. Svaki racionalni investitor bi odabrao portfolio A, iako on ne nudi najmanji rizik, ali portfolio A ima najveći odnos između prinosa i rizika, a ostvariti veći prinos je još važnije investitoru, nego ostvariti niži rizik. Razlika u Šarpovom raciu između portfolia A i MVP je: 2.62 – 2.18 = 0.44, što znači da se očekivani prinos portfolia A povećava za dodatka 44 bazična poena (skoro pola procenta) pri svakom povećanju standardne devijacije (rizika) za jedan procenat. Razlika u Šarpovom raciu između portfolia B i MVP je: 1.96 – 2.18 = -0.22, što znači da se očekivani prinos portfolia B smanjuje za 22 bazična poena od procenta za svako jednoprocentno povećanje rizika. Prema tome, portfolio B je neefikasan.

ZADATAK 23 – Ucrtavanje linije alokacije kapitala (CAL – *capital allocation line*)

Na bazi proračuna iz zadatka 22, ucrtajte na grafikonu linije alokacije kapitala za sva tri portfolia. Prokomentarišite grafikon.

Rešenje:



Komentar: Što neki portfolio ima veći Šarpov racio, to je CAL strmija (veći ugao u odnusu na X osu). Možemo primetiti na grafikonu da najstrmiji CAL ima portfolio A (plava linija), jer su njegovi prinosi po jedinici varijablinosti najveći. Drugim rečima, što je veći Šarpov racio, to su veći uglovi u odnosu na X osu. Prema tome, posmatrano sa aspekta Šarpovog racia, portfolia A je bolji od MVP, a oba su bolja od neefikasnog portfolia B. Sve linije alokacije kapitala polaze od 2% na Y osi jer je to nivo bezrizičnog prinosa.

RAČUNANJE OPTIMALNOG PORTFOLIA:

Kao što postoji jednačina za računanje portfolia minimalne varijanse, tako postoji i jednačina koja računa udele sekundarnog instrumenta za pravljenje optimalnog portfolia, tj. portfolia sa najvećin Šarpovim raciom. Jednačina koja računa udeo sekundarnog instrumenta u optimalnom portfoliu izgleda kao (6.7).

$$W^S = \frac{[r_S - r_f]\sigma_P^2 - [r_P - r_f]COV_{P,S}}{[r_S - r_f]\sigma_P^2 + [r_P - r_f]\sigma_S^2 - [r_S - r_f + r_P - r_f]COV_{P,S}} \tag{6.7}$$

Gde je r_S prinost sekundarnog instrumenta, r_P prinos primarnog instrumenta, r_f prinos bezrizičnog instrumenta. Simbol σ_P^2 označava varijansu primarnog instrumenta, simbol σ_S^2 označava varijansu sekundarnog instrumenta, a simbol $COV_{P,S}$ označava kovarijansu dva instrumenta. Udeo primarnog instrumenta (W^P) u optimalnom portfoliu je 1 - W^S.

<u>**ZADATAK 23**</u> – pravljenje optimalnog portfolia

Na bazi sledećih podataka izračunajte udeo sekundarnog instrumenta u optimalnom portfoliu. $r_A = 10$, $r_B = 13.4$, $\sigma_A^2 = 60$, $\sigma_B^2 = 320.64$, $COV_{A,B} = 24$ i $\rho_{A,B} = 0.1729$, $r_f = 2\%$. Takođe, izračunajte varijansu optimalnog portfolia, prinos optimalnog portfolia i Šarpov racio. Radi poređenja, izračunajte udeo sekundarnog instrumenta za MVP, varijansu za MVP, prinos za MVP i Šarpov racio za MVP i dajte komentar.

Rešenje:

Pošto je instrument B rizičniji, onda je on primarni instrument u portfoliu, a instrument A je sekundarni.

Udeo sekundarnog instrumenta A u MVP portfoliu prema jednačini za udeo u MVP je:

$$W_{MVP}^A = \frac{\sigma_B^2 - COV_{A,B}}{\sigma_B^2 + \sigma_A^2 - 2COV_{A,B}} = \frac{320.64 - 24}{320.4 + 60 - 2 \times 24} = \frac{296.64}{332.4} = 0.8924 \approx 89\%$$

Onda je udeo primarnog instrumenta B 11%, odnosno 100% - 89% = 11%.

Standardne devijacije instrumenata A i B su:

$\sigma_A = \sqrt{\sigma_A^2} = \sqrt{60}$ =7.745
$\sigma_B = \sqrt{\sigma_B^2} = \sqrt{320.64}$ =17.906

Prinos, varijansa, standardna devijacija i Šarpov racio portfolia sa minimalnom varijansom je:

$r_{MVP} = W_P r_P + W_S r_S = 0.11 \times 13.4 + 0.89 \times 10 = 10.374$

$$\sigma_{MVP}^2 = (0.11 \times 17.906)^2 + (0.89 \times 7.745)^2 + 2(0.11 \times 17.906)(0.89 \times 7.745) \times 0.1729 = 56.101$$

$$\sigma_{MVP} = \sqrt{\sigma_{MVP}^2} = \sqrt{56.101} = 7.49$$

$$S_{MVP} = \frac{r_{MVP} - r_f}{\sigma_{MVP}} = \frac{10.374 - 2}{7.49} = 1.118$$

Udeo sekundarnog instrumenta A u optimalnom portfolio je:

$$W_O^A = \frac{[r_A - r_f]\sigma_B^2 - [r_B - r_f]COV_{A,B}}{[r_A - r_f]\sigma_B^2 + [r_B - r_f]\sigma_A^2 - [r_B - r_f + r_A - r_f]COV_{A,B}} =$$

$$= \frac{(10-2) \times 320.64 - (13.4-2) \times 24}{(10-2) \times 320.64 + (13.4-2) \times 60 - (13.4 - 2 + 10 - 2) \times 24}$$

$$= \frac{2291.52}{2565.12 + 684 - 465.6} = \frac{2291.52}{2783.4} = 0.8233 \approx 82\%$$

Udeo instrumenta B u optimalnom portfoliu je 1 – 0.82 = 0.18 = 18%:

Prinos, varijansa, standardna devijacija i Šarpov racio u optimalnom portfoliu je:

$$r_O = W_P r_P + W_S r_S = 0.82 \times 10 + 0.18 \times 13.4 = 10.612$$

$$\sigma_O^2 = (0.18 \times 17.906)^2 + (0.82 \times 7.745)^2 + 2(0.18 \times 17.906)(0.82 \times 7.745) \times 0.1729 = 57.801$$

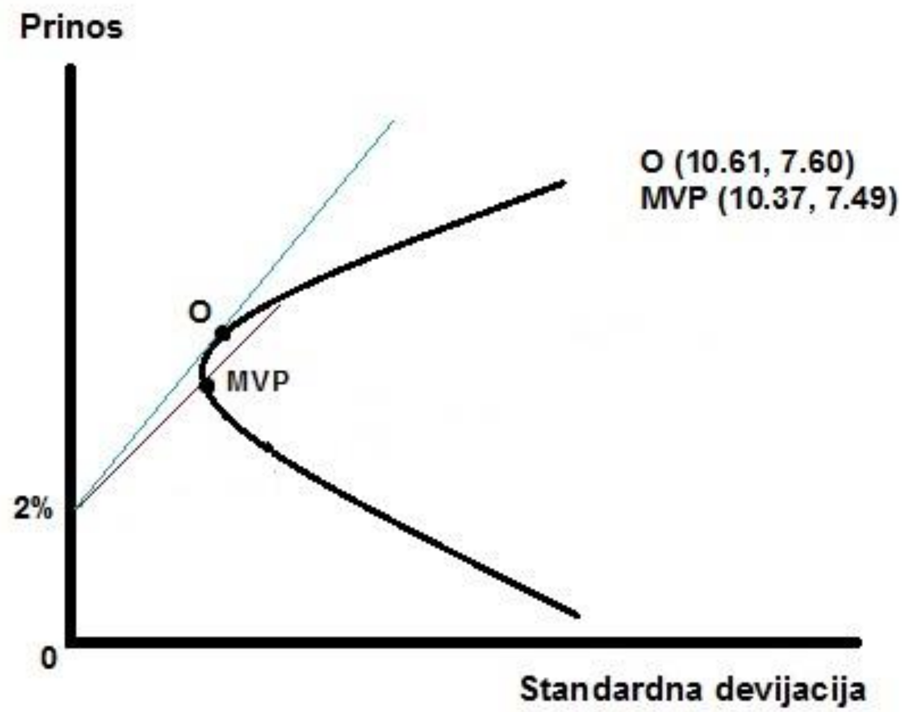
$$\sigma_O = \sqrt{\sigma_O^2} = \sqrt{57.801} = 7.602$$

$$S_O = \frac{r_{MVP} - r_f}{\sigma_{MVP}} = \frac{10.612 - 2}{7.49} = 1.150$$

Komentar: Rezultati pokazuju da je razlika u Šarpovom raciu između optimalnog portfolia i MVP 1.15 – 1.18 = 0.032, što znači da se očekivani prinos optimalnog portfolia povećava za dodatna 32 bazična poena (oko trećine procenta) pri svakom povećanju standardne devijacije za jedan procenat. Razlika između dva portfolia je u tome što je u MVP udeo instrumenta B 11%, a instrumenta A 89%, dok je u optimalom portfoliu udeo instrumenta B 18%, a instrumenta A 82%.

ZADATAK 24 – ucrtavanje optimalnog portfolia na grafikonu

Na bazi podataka iz zadatka 23, ucrtati na grafikonu MVP i optimalni portfolio (O), kao i linije alokacije kapitala (CAL). Protumačiti grafikon.



Komentar: Kao što se može videti na grafikonu, optimalni portfolio se nalazi severoistočno u odnosu na portfolio minimalne varijanse na granici efikasnih portfolia, što znači da optimalni portfolio nosi veći prinos, ali i veći rizik. Takođe, linija alokacije kapitala (CAL) je strmija za optimalni portfolio nego za MVP, što znači da optimalni portfolio donosi veći prinos po svakoj jedinici standardne devijacije u odnosu na MVP, a konkretno to iznosi 32 bazična poena.