



ФИНАНСИЈСКА И АКТУАРСКА МАТЕМАТИКА

Др Наташа Папић-Благојевић
Др Стеван Томашевић
Драгана Томашевић

**ВИСОКА ПОСЛОВНА ШКОЛА СТРУКОВНИХ
СТУДИЈА
НОВИ САД**

**ФИНАНСИЈСКА И АКТУАРСКА
МАТЕМАТИКА**

Нови Сад, 2021.

др Наташа Папић-Благојевић

др Стеван Томашевић

Драгана Томашевић

ФИНАНСИЈСКА И АКТУАРСКА МАТЕМАТИКА

Издавач:

Висока пословна школа струковних студија, Нови Сад

За издавача:

др Јелена Дамњановић

Рецензент:

др Сања Лончар

Електронско издање – помоћна уџбеничка грађа (скрипта)

CIP - Каталогизација у публикацији
Библиотеке Матице српске, Нови Сад

330:51-7(75.8)(0.034.2)

ПАПИЋ-БЛАГОЈЕВИЋ, Наташа, 1977-

Финансијска и актуарска математика [Електронски извор] / Наташа Папић-Благојевић, Стеван Томашевић, Драгана Томашевић. - Нови Сад: Висока пословна школа струковних студија, 2021

Начин приступа (URL): <http://vps.ns.ac.rs>. - Опис заснован на стању на дан 03.03.2021. – Насл. с насловног екрана. - Библиографија.

ISBN 978-86-7203-181-2

1. Томашевић, Стеван, 1984- [аутор] 2. Томашевић, Драгана, 1986- [аутор]
а) Економска математика

COBISS.SR-ID 33188617

ПРЕДГОВОР

Скрипта *Финансијска и актуарска математика* представља основну уџбеничку грађу за истоимени предмет који се изводи на трећој години основних струковних студија на Високој пословној школи струковних студија у Новом Саду.

Скрипта је намењена студентима Високе пословне школе, али и свим заинтересованим лицима која желе да стекну додатна знања из финансијске и актуарске математике. По броју тематских јединица, скрипта, по обиму, превазилази материјал који се захтева од студената за савладавање наставног садржаја из овог предмета. Додатна поглавља резултат су вишегодишњег рада аутора на извођењу наставе на предметима *Квантитативни методи у пословном одлучивању* и *Актуарство*.

Циљ изучавања наставне грађе је да студентима омогући стицање основних знања из финансијске и актуарске математике, као предуслова за решавање конкретних пословних задатака у области квантитативне анализе и осигурања. Циљ је и савладавање метода обрачуна простог и сложеног интереса, овладавање поступцима амортизације и конверзије зајма, као и разумевање проблематике делатности осигурања и обрачуна тарифа у осигурању. Посебан акценат ће бити дат проблему формирања премије осигурања, као и начину њеног одређивања у осигурању живота.

Скрипта је подељена у две целине. Први део, који се бави изучавањем *финансијске математике*, преваходно је заснован на уџбенику *Квантитативне методе*, аутора проф. др Луке Филиповића и др Наташе Папић-Благојевић, који се готово деценију успешно користио на наставном предмету *Квантитативни методи у пословном одлучивању*. Материјали су иновирани и допуњени новим примерима, тако да је материја простог и сложеног каматног рачуна, амортизације и конверзије зајма додатно приближена читаоцу. Други део је усмерен на део *актуарске математике* или, другачије речено, *математике осигурања*. Разграничавање појмова мизе и премије у осигурању ренте и капитала, олакшава разумевање предметне материје, а уз практичне примере се оправдава значајна улога коју актури имају у осигуравајућим компанијама.

У складу са предвиђеном динамиком извођења наставних јединица кроз презентовање теоријског оквира и израду практичних примера, односно задатака, студентима ће бити омогућено да постепено усвајају нова знања и да их касније успешно примене у пракси.

Др Наташа Папић-Благојевић, проф.

САДРЖАЈ

ПРЕДГОВОР.....	4
САДРЖАЈ	6
1. ПРОЦЕНТНИ РАЧУН.....	9
КОНТРОЛНИ ЗАДАЦИ	15
2. ПРОСТ ИНТЕРЕСНИ РАЧУН.....	20
2.1 ПОЈАМ ИНТЕРЕСНОГ РАЧУНА.....	20
2.2 ПРОСТ ИНТЕРЕСНИ РАЧУН ОД СТО, ВИШЕ СТО И НИЖЕ СТО	21
2.3 ИЗРАЧУНАВАЊЕ КАМАТЕ НА ВИШЕ СУМА.....	25
2.4 СРЕДЊИ РОК ПЛАЋАЊА	28
2.4 ЕСКОНТОВАЊЕ.....	31
2.4.1 Комерцијални есконт	32
2.4.2 Рационални есконт	32
КОНТРОЛНИ ЗАДАЦИ	36
3. СЛОЖЕН ИНТЕРЕСНИ РАЧУН.....	43
3.1 ФАКТОР АКУМУЛАЦИЈЕ	43
3.2 ЕСКОНТНИ ФАКТОР.....	46
3.3 ФАКТОР ДОДАЈНИХ УЛОГА.....	48
3.3.1 Антиципативни улози	49
3.3.2 Декурзивни улози	52
3.4 ФАКТОР АКТУЕЛИЗАЦИЈЕ	56
КОНТРОЛНИ ЗАДАЦИ	60
4. АМОРТИЗАЦИЈА И КОНВЕРЗИЈА ЗАЈМА	71
4.1 АМОРТИЗАЦИЈА ЗАЈМА ЈЕДНАКИМ АНУИТЕТИМА	71
4.1.1 Израда амортизационог плана	73
4.1.2 Однос између отплата	75
4.1.3 Однос између ануитета и отплате.....	76
4.1.4 Отплаћени део дуга са првих с плаћених ануитета	76

4.1.5	Остатак дуга (неотплаћени део дуга) после с плаћених ануитета	77
4.1.6	Камата за било који с-ти период отплаћивања.....	78
4.1.7	Ануитети чешћи од капиталисања	79
4.2	КОНВЕРЗИЈА ЗАЈМА.....	80
	КОНТРОЛНИ ЗАДАЦИ	84
5.	УВОД У АКТУАРСКУ МАТЕМАТИКУ	93
5.1	АКТУАРСКЕ ОСНОВЕ ОСИГУРАЊА.....	94
5.1.1	Закон великих бројева.....	95
5.1.2	Теорија вероватноће.....	97
5.1.3	Таблице смртности (морталитета).....	97
5.2	ОСИГУРАЊЕ ЈЕДНОГ ЛИЦА	98
5.2.1	Вероватноћа живота и смрти једног лица.....	98
5.2.2	Вероватно трајање живота.....	100
5.2.3	Средње трајање живота	101
5.2.4	Вероватноћа живота и смрти два лица.....	102
5.3	КОМУТАТИВНИ БРОЈЕВИ.....	105
5.3.1	Комулативни бројеви за жива лица и њихово израчунавање .	105
5.3.2	Комулативни бројеви за умрла лица и њихово израчунавање	107
	КОНТРОЛНИ ЗАДАЦИ	110
6.	ОБРАЧУН ТАРИФА У ОСИГУРАЊУ ЖИВОТА.....	114
6.1	Осигурање личне ренте уплатом мизе	116
6.1.1	Непосредна доживотна рента.....	116
6.1.2	Одложена доживотна рента.....	119
6.1.3	Непосредна привремена рента	122
6.1.4	Одложена привремена рента	124
6.2	Осигурање личне ренте уплатом премије.....	127
6.2.1	Премија се плаћа доживотно.....	127
6.2.2	Премија се плаћа привремено (највише m пута).....	130
6.3	Осигурање капитала уплатом мизе.....	134
6.3.1	Осигурање капитала за случај смрти.....	135

6.3.2 Осигурање капитала за случај доживљења.....	140
6.3.3 Мешовито осигурање.....	141
6.4 Осигурање капитала уплатом годишње премије.....	144
6.4.1 Премија се плаћа доживотно.....	144
6.4.2 Премија се плаћа привремено	147
КОНТРОЛНИ ЗАДАЦИ	151
РЕФЕРЕНЦЕ:.....	163
ПРИЛОГ 1. Таблице сложеног каматног рачуна	165
ПРИЛОГ 2. Таблице смртности 17 енглеских друштава – интерес 4%	178

1. ПРОЦЕНТНИ РАЧУН

Успешност примене метода квантитативне анализе веома често зависи од упоређивања величина. Рачун помоћу ког се најлакше упоређују различите величине, а који је у данашње време свакодневна човекова потреба, јесте процентни рачун.

Процентни, односно промилни рачун се најчешће дефинише као сразмерни рачун помоћу кога директан однос две величине (дела и целине) изражавамо тако што једну од величина (целину) означавамо са 100 односно 1.000 јединица.

Процентни рачун у основи представља начине одређивања зависности неколико величина и то: главнице, процентне стопе и процентног приноса.

Главница је величина која служи као основица за коју се израчунавају повећања или смањења за задату процентну стопу, односно за задати проценат. Најчешће се обележава са G .

Процентна стопа представља број који показује за колико се јединица смањује или повећава главница за сваких 100 јединица те главнице. Најчешће се обележава са p . Процентна стопа се може изражавати и у процентуалном и у децималном запису. Веза између децималног и процентуалног записа процентне стопе p је:

$$p \text{ (децимални запис)} = \frac{p \text{ (процентуални запис)}}{100}$$

На пример, процентуалном запису од 35% одговара децимални запис од 0.35, процентуалном запису 124% одговара децимални запис 1.24, односно децималном запису 0.0022 одговара процентуални запис 0.22% и слично. Очигледно је да се прелазак са једног на други запис остварује обичним дељењем или множењем бројем 100.

Процентни принос представља број који показује колико износи $p\%$ од неке главнице G , односно представља износ који показује за колико се укупно повећала или смањила главница G приликом њеног повећања или смањења за процентну стопу p . Најчешће се обележава са P .

Основна пропорција код процентног рачуна је:

$$G : P = 100 : p \tag{1}$$

а основна пропорција промилног рачуна је:

$$G : P = 1000 : p \tag{2}$$

где је G - главница, P - процентни (промилни) принос, p - процентна (промилна) стопа. Из ових пропорција применом правила о збиру и

разлици чланова размере добијају се пропорције процентног рачуна више сто, односно, ниже сто (на сто и у сто).

$$(G \pm P) : (100 \pm p) = G : 100 \quad (3)$$

$$(G \pm P) : (100 \pm p) = P : p$$

и одговарајуће пропорције за промилни рачун више хиљаду и ниже хиљаду:

$$(G \pm P) : (1000 \pm p) = G : 1000 \quad (4)$$

$$(G \pm P) : (1000 \pm p) = P : p$$

Карактеристичан случај употребе и разликовања процентног рачуна од сто, ниже сто и више сто у економском смислу јесте израчунавање марже и рабата, као облика разлике у цени.

Маржа се најчешће јавља код робе широке потрошње и омогућава покриће свих трошкова пословања и остварење зараде. Маржа је додатни елемент калкулације вредности робе јер се додаје на набавну вредност. Додавањем марже на набавну цену добија се продајна цена као увећана главница:

$$\text{набавна цена} + \text{маржа} = \text{продајна цена}$$

Маржа је позитивна разлика у цени која се рачуна на набавну цену као чисту главницу.

Рабат се јавља код робе са јединственом ценом коју најчешће прописују произвођачи (нпр. дневне новине). Рабат је одбитни елемент калкулације вредности робе јер се одбија од продајне цене. Рабат се одузима од продајне цене како би се добила набавна вредност као умањена главница:

$$\text{продајна цена} - \text{рабат} = \text{набавна цена}$$

Рабат је позитивна разлика у цени која се рачуна на продајну вредност као чисту главницу.

Пример 1.

Применом процентног рачуна од сто:

- а) Израчунати колико је 12% од 800 дин.
- б) Израчунати од које суме 30% износи 150 дин?
- в) Сума је 1.220 дин. Колико процената те суме чини 250 дин?

Решење:

а) Како је $p = 12\%$, $G = 800$ дин. и $P = ?$, из основне пропорције $G : P = 100 : p$ произилази да је:

$$P = \frac{G \cdot p}{100} = \frac{800 \cdot 12}{100} = 96 \text{ дин.}$$

б) Како је $p = 30\%$, $P = 150$ дин. и $G = ?$, онда из основне релације проистиче да је:

$$G = \frac{P \cdot 100}{p} = \frac{150 \cdot 100}{30} = 500 \text{ дин.}$$

в) Како је $G = 1.220$ дин, $P = 250$ дин. и $p = ?$, тада из основне релације проистиче да је:

$$p = \frac{P \cdot 100}{G} = \frac{250 \cdot 100}{1.220} = 20,49\%$$

Пример 2.

Цена млека од 1,5 л прво је повећана за 9%, а затим за 3%, па је на крају снижена за 6%. Након последње промене, односно снижења цене, млеко се продаје за 107 дин. Израчунати цену млека пре првог повећања.

Решење:

Цена млека после снижења од 6% је 107 дин. Значи, цена од 107 дин. је умањена главница ($G - P$) у односу на цену пре снижења.

$$(G - P) = 107; \quad p = 6\%; \quad G = ?;$$

Из пропорције за увећану (умањену) главницу ($G \pm P$): $(100 \pm p) = G : 100$ добијамо:

$$G = \frac{(G \pm P)}{100 \pm p} = \frac{107 \cdot 100}{100 - 6} = \frac{10.700}{94} = 113,83 \text{ дин.}$$

Сада је цена од 113,83 дин. увећана главница за претходно повећање цене од 3%. Дакле, $(G + P) = 113,83$, па користећи поново исту пропорцију добијамо:

$$G = \frac{113,83 \cdot 100}{100 + 3} = \frac{11.383}{103} = 110,51 \text{ дин.}$$

Сада је цена од 110,51 увећана главница ($G + P$) за прво повећање цене од 9%, па је:

$$G = \frac{110,51 \cdot 100}{100 + 9} = \frac{11.051}{109} = 101,39 \text{ дин.}$$

Закључујемо да је цена млека пре првог повећања износила 101,39 дин.

Пример 3.

Од укупне количине робе на залихама $1/5$ је продата са губитком од 5% за 3.400 дин. На $1/3$ је остварена зарада од 9%, а на остатку губитак од

3%. Израчунати колика је била укупна набавна вредност робе на залихама и колика је била укупна остварена зарада/губитак у динарима и процентима.

Решење:

Прво се одређује главница за 1/5 робе:

Пошто је 3.400 дин. ($G - P$) за 1/5 робе, а $p = 5\%$ следи да је:

$$G = \frac{(G - P) \cdot 100}{100 - p} = \frac{3.400 \cdot 100}{100 - 5} = 3.578,95 \text{ дин.}$$

чиста главница која се односи на 1/5 робе.

Пошто је $G = 3.578,95$ и $(G - P) = 3.400$ следи да је принос за 1/5 робе:

$$P = G - (G - P) = 3.578,95 - 3.400 = 178,95 \text{ дин.}$$

Набавна цена 1/5 робе је 3.578,95 дин, па је набавна цена целокупне робе:

$$3.578,95 \cdot 5 = 17.894,75 \text{ дин.}$$

Затим се одређује главница за 1/3 робе:

$$G = \frac{1}{3} \cdot 17.894,75 = 5.964,92 \text{ дин.}$$

Пошто је $G = 5.964,92$, а $p = 9\%$ из основне пропорције следи да је принос за 1/3 робе:

$$P = \frac{G \cdot p}{100} = \frac{5.964,92 \cdot 9}{100} = 536,84 \text{ дин.}$$

Отуда је: $G + P = 5.964,92 + 536,84 = 6.501,76$ дин.

На крају се одређује главница за остатак робе:

$$G = 17.894,75 - (3.578,95 + 5.964,92) = 8.350,88 \text{ дин.}$$

Пошто је $G = 8.350,88$, а $p = 3\%$ из основне пропорције следи да је принос за остатак робе:

$$P = \frac{G \cdot p}{100} = \frac{8.350,88 \cdot 3}{100} = 250,53 \text{ дин.}$$

Отуда је: $G - P = 8.350,88 - 250,53 = 8.100,35$ дин.

Укупно остварена зарада у динарима је збир зарада/губитака на појединим деловима, с тим што се испред приноса који означава губитак ставља предзнак минус. Тада следи да је укупан принос у динарима:

$$P = -178,95 + 536,84 + (-250,53) = 107,36 \text{ дин.}$$

Укупан принос у процентима у односу на целокупну набавну вредност робе и целокупну зараду у динарима износи:

$$p = \frac{P \cdot 100}{G} = \frac{107,36 \cdot 100}{17.894,75} = 0,6\%$$

Задатак би било прегледније радити преко следеће табеле:

	G	$G + P$	P	p	
1/5	3.578,95	3.400,00	- 178,95	5%	-
1/3	5.964,92	6.501,76	536,84	9%	+
остатак	8.350,88	8.100,35	-250,53	3%	-
укупно	17.894,75	18.002,11	107,36	0,6%	

Пример 4.

Од укупне количине робе 1/4 је продата са зарадом од 4%, на 1/5 је остварена зарада од 6%, а на остатку губитак од 2%. Оваквом продајом је остварена зарада од 1.200 дин. Израчунати колика је набавна вредност робе као и зарада (губитак) у динарима на појединим деловима продате робе.

Напомена: Претпоставка је да је укупна набавна вредност робе 20.000 дин.

Решење:

Задатак се решава посредном методом пошто се полази од претпоставке да је укупна набавна вредност робе 20.000 дин. Примењује се исти поступак као у претходном примеру, па се на основу тога добијају резултати приказани у следећој табели:

	G	$G + P$	P	p	
1/4	5.000	5.200	200	4%	+
1/5	4.000	4.240	240	6%	+
остатак	11.000	10.780	-220	2%	-
укупно	20.000	20.220	220		

Под претпоставком да је набавна вредност целокупне робе 20.000 дин. укупна зарада у динарима је 220. Како су то управо пропорционалне величине следи:

$$20.000 : 220 = x : 1.200 \Rightarrow x = \frac{20.000 \cdot 1.200}{220} = 109.090,91 \text{ дин.}$$

Пошто је 109.090,91 укупна набавна вредност робе на којој се остварује укупна зарада од 1.200 дин, следи да је главница за 1/4 робе:

$$G = \frac{1}{4} \cdot 109.090,91 = 27.272,73 \text{ дин.}$$

Зарада (процентни принос) на овом делу робе, уз процентну стопу од 4% износи:

$$P = \frac{G \cdot p}{100} = \frac{27.272,73 \cdot 4}{100} = 1.090,91 \text{ дин.}$$

Затим, главница за 1/5 робе износи:

$$G = \frac{1}{5} \cdot 109.090,91 = 21.818,18 \text{ дин.}$$

Зарада (процентни принос) на овом делу робе, уз процентну стопу од 6% износи:

$$P = \frac{G \cdot p}{100} = \frac{21.818,18 \cdot 6}{100} = 1.309,09 \text{ дин.}$$

Главница на остатку робе износи:

$$G = 109.090,91 - (27.272,73 + 21.818,18) = 60.000 \text{ дин.}$$

Пошто је $G = 60.000$ дин, а $p = 2\%$ из основне пропорције следи да је принос (губитак) за остаток робе:

$$P = \frac{G \cdot p}{100} = \frac{60.000 \cdot 2}{100} = 1.200 \text{ дин.}$$

Укупно остварена зарада у динарима је збир зарада/губитака на појединим деловима, с тим што се испред приноса који означава губитак ставља предзнак минус. Тада следи да је укупан принос:

$$P = 1.090,91 + 1.309,09 + (-1.200) = 1.200 \text{ дин.}$$

Укупна зарада у процентима у односу на целокупну набавну вредност робе и целокупну зараду у динарима износи:

$$p = \frac{P \cdot 100}{G} = \frac{1.200 \cdot 100}{109.090,91} = 1,1\%$$

Овај део задатка се такође може приказати преко одговарајуће табеле:

	G	$G + P$	P	p	
1/4	27.272,73	28.363,64	1.090,91	4%	+
1/5	21.818,18	23.127,27	1.309,09	6%	+
остатак	60.000,00	58.800,00	-1.200,00	2%	-
укупно	109.090,91	110.290,91	1.200,00	1,1%	

КОНТРОЛНИ ЗАДАЦИ

1. Применом процентног рачуна од сто:

- а) Израчунати колико је 156% од 115.230 динара?
- б) Израчунати од које суме 89% износи 536 динара?
- в) Колико процената суме од 532.600 динара чини 216.298 динара?

Решење:

а) Како је $p = 156\%$, $G = 115.230$ дин. и $P = ?$, из основне пропорције произилази да је:

$$P = \frac{115.230 \cdot 156}{100} = 179.758,80 \text{ динара}$$

б) Како је $p = 89\%$, $P = 536$ дин. и $G = ?$, онда из основне релације проистиче да је:

$$G = \frac{536 \cdot 100}{89} = 602,25 \text{ динара}$$

в) Како је $G = 532.600$ дин, $P = 216.298$ дин. и $p = ?$, тада из основне релације проистиче да је:

$$p = \frac{216.298 \cdot 100}{532.600} = 40,61\%$$

2. Цена штофа је смањена за 10% и износи 198 динара. Колико је смањена цена и колико износи цена штофа пре овог смањења?

Решење:

Како је $p = 10\%$, $G - P = 198$ дин. и $G = ?$, из пропорције за увећању (умањену) главницу произилази да је:

$$G = \frac{198 \cdot 100}{100 - 10} = 220 \text{ динара}$$

Цена пре смањења износи 220 динара, а само смањење износи 22 динара јер важи: $(G - P) = 198$ дин и $G = 220$ дин.

3. Цена неког производа се у току одређеног периода мењала на следећи начин: прво је повећана за 7%, па смањена за 18%, затим повећана за 8%, па поново смањена за 12% и на крају повећана за 4%. Након последње промене, односно повећања цене, производ се продаје за 9.770 динара. Израчунати цену производа пре првог повећања од 7%.

Решење:

У овом задатку потребно је кренути од последње промене у којој је цена производа повећана за 4% и након тог повећања се продаје за 9.770

динара. Значи, дата цена производа је увећана главница ($G + P$) у односу на цену пре повећања.

$$(G + P) = 9.770 ; \quad p = 4\% ; \quad G = ? ;$$

Из пропорције за увећану (умањену) главницу добијамо:

$$G = \frac{9.770 \cdot 100}{100 + 4} = \frac{977.000}{104} = 9.394,23 \text{ динара}$$

Сада је цена од 9.394,23 динара умањена главница за претходно снижење цене од 12%. Дакле, $(G - P) = 9.394,23$, па користећи поново исту пропорцију добијамо:

$$G = \frac{9.394,23 \cdot 100}{100 - 12} = \frac{939.423}{88} = 10.675,26 \text{ динара}$$

Сада је цена од 10.675,26 увећана главница ($G + P$) за прво повећање цене од 8%, па је:

$$G = \frac{10.675,26 \cdot 100}{100 + 8} = \frac{1.067.526}{108} = 9.884,50 \text{ динара}$$

Сада је цена од 9.884,50 динара умањена главница за претходно снижење цене од 18%. Дакле, $(G - P) = 9.884,50$, па користећи поново исту пропорцију добијамо:

$$G = \frac{9.884,50 \cdot 100}{100 - 18} = \frac{988.450}{82} = 12.054,27 \text{ динара}$$

Коначно, цена производа од 12.054,27 је увећана главница ($G + P$) за прво повећање цене од 7%, па је:

$$G = \frac{12.054,27 \cdot 100}{100 + 7} = \frac{1.205.427}{107} = 11.265,67 \text{ динара}$$

Закључујемо да је почетна цена производа односно цена пре првог повећања од 7% износила 11.265,67 динара.

4. Од укупне количине робе на залихама $1/4$ је продата са зарадом од 8%. На $1/3$ је остварена зарада од 18%, а на остатку је остварен губитак од 14% и тај део робе је продат за 100.000 динара. Израчунати колика је била укупна набавна вредност робе на залихама и колика је била укупна остварена зарада/губитак у динарима и процентима.

Решење:

На основу познатих елемената у задатку уз коришћење пропорције за увећану (умањену) главницу произилази следеће:

	G	$G \pm P$	P	p	
$1/4$	69.767,44	75.348,84	5.581,40	8%	+
$1/3$	93.023,26	109.767,45	16.744,19	18%	+

остатак	116.279,07	100.000	-16.279,07	14%	-
укупно	279.069,77	285.116,29	6.046,52	2,17%	

5. Од укупне количине робе на залихама $\frac{2}{3}$ је продато са зарадом од 8% за 9.720 динара. На $\frac{1}{5}$ је остварен губитак од 5%, а на остатку је остварен губитак од 11%. Израчунати колика је била укупна набавна вредност робе на залихама и колика је била укупна остварена зарада/губитак у динарима и процентима.

Решење:

На основу познатих елемената у задатку уз коришћење пропорције за увећану (умањену) главницу произилази следеће:

	G	$G \pm P$	P	p	
$\frac{2}{3}$	9.000	9.720	720	8%	+
$\frac{1}{5}$	2.700	2.565	-135	5%	-
остатак	1.800	1.602	-198	11%	-
укупно	13.500	13.887	387	2,87%	

6. Трећина набављене робе продата је са зарадом од 6%, четвртина са зарадом од 8%, а остатак са губитком од 5%. На тај начин остварена је укупна зарада од 20.000 динара. Одредити вредност набављене робе, као и зараду/губитак у динарима на појединим деловима робе. Претпоставка је да је укупна набавна вредност робе 12.000 динара.

Решење:

Задатак се решава посредном методом пошто се полази од претпоставке да је укупна набавна вредност робе 12.000 динара. Примењује се исти поступак као у претходна два примера, па се на основу тога добијају резултати приказани у следећој табели:

	G	$G \pm P$	P	p	
$\frac{1}{3}$	4.000	4.240	240	6%	+
$\frac{1}{4}$	3.000	3.240	240	8%	+
остатак	5.000	4.750	-250	5%	-
укупно	12.000	12.230	230		

Под претпоставком да је набавна вредност целокупне робе 12.000 динара укупна зарада у динарима је 230. Како су то управо пропорционалне величине следи:

$$12.000 : 230 = x : 20.000 \Rightarrow x = \frac{12.000 \cdot 20.000}{230} = 1.043.478,26 \text{ дин.}$$

Сада када је позната укупна вредност набављене робе на којој се остварује зарада од 20.000 динара, задатак решавамо на исти начин као у претходним случајевима и добијамо:

	G	$G \pm P$	P	p	
1/3	347.826,09	368.695,66	20.869,57	6%	+
1/4	260.869,57	281.739,14	20.869,57	8%	+
остатак	434.782,60	413.043,46	-21.739,14	5%	-
укупно	1.043.478,26	1.063.478,26	20.000,00	-	

7. Од укупне количине робе 1/5 је продата са зарадом 12%. На 2/7 робе је остварен губитак од 6% и остатак је продат са зарадом од 9%. Оваквим начином продаје остварена је укупна зарада од 28.000 динара. Колика је укупна зарада или губитак изражено у процентима и колика је зарада или губитак изражен у динарима на појединим деловима робе? Претпоставка: укупна вредност робе износи 100.000 динара.

Решење:

Задатак се решава посредном методом пошто се полази од претпоставке да је укупна вредност робе 100.000 динара. Примењује се исти поступак као у претходном примеру, па се на основу тога добијају резултати приказани у следећој табели:

	G	$G \pm P$	P	p	
1/5	20.000	22.400	2.400,00	12%	+
2/7	28.571,43	26.857,14	-1.714,29	6%	-
остатак	51.428,57	56.057,14	4.628,57	9%	+
укупно	100.000	105.314,28	5.314,28		

Под претпоставком да је набавна вредност целокупне робе 100.000 динара укупна зарада у динарима је 5.314,28. Како су то управо пропорционалне величине следи:

$$100.000 : 5.314,28 = x : 28.000 \Rightarrow x = 526.882,29 \text{ динара}$$

Сада када је позната укупна вредност набављене робе на којој се остварује зарада од 28.000 динара, задатак решавамо на исти начин као у претходним случајевима и добијамо:

	G	$G \pm P$	P	p	
1/5	105.376,46	118.021,64	12.645,18	12%	+
2/7	150.537,80	141.505,53	-9.032,27	6%	-
остатак	270.968,03	295.355,15	24.387,12	9%	+
укупно	526.882,29	554.882,32	28.000,03	5,31%	

2. ПРОСТ ИНТЕРЕСНИ РАЧУН

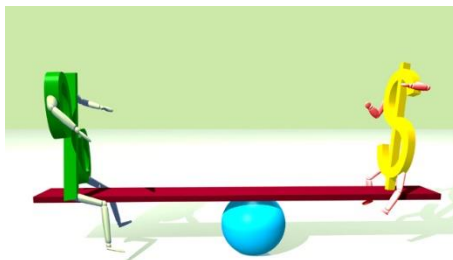
2.1 ПОЈАМ ИНТЕРЕСНОГ РАЧУНА

У пословању, као и у свакодневной пракси, између дужника и повериоца настају кредитни послови. Кредит, у привредном смислу, значи имати поверења у дужника да ће извршити преузету обавезу.

У пословима регулисања кредитних односа који настају између дужника и повериоца користи се *интересни рачун*. Кроз кредитни однос поверилац уступа права располагања новцем или неким другим предметом дужнику на одређено време, уз одређену накнаду.

Сума коју дужник позајмљује од повериоца назива се *капитал* или *главница* и најчешће се означава са K .

Накнада коју дужник плаћа повериоцу за коришћење позајмљеног новца на одређено време назива се *интерес* или *камата* и обележава се са i . Интерес се уговара између дужника и повериоца тако што се одређује колико ће динара дужник платити повериоцу на име интереса на сваких 100 динара позајмљене суме за сваку годину за коју се користи позајмљени новац. Камата се обрачунава у одређеним временским интервалима, а временски интервал за који се израчунава камата назива се *обрачунски период*.



Слика 1. Симболички приказ интересног рачуна

Напомена.

Преузето

од

<https://naucimozajedno.wordpress.com/2012/02/19/kamatni-racun/>

Износ који дужник годишње плаћа на сваких 100 динара/новчаних јединица од позајмљеног новца назива се *каматна стопа* или *интересна стопа* и обележава се са p . Каматна стопа p може се мењати током времена и може бити различита за различите износе главнице, што је предмет договора између дужника и повериоца.

Каматна (интересна) стопа се, као и процентна стопа, може изражавати и у процентуалном и у децималном запису. Веза између децималног и процентуалног записа каматне стопе p је иста као и код процентне стопе, тј: