

2014

Осигурање капитала

Испитни део за предмет Актуарство



Садржај

Увод	4
1. Осигурање капитала уплатом мизе.....	5
1.1 Осигурање капитала за случај смрти	5
1.1.1 Доживотно осигурање капитала за случај смрти	5
1.1.2 Одложено осигурање капитала за случај смрти	6
1.1.3 Привремено осигурање за случај смрти	7
1.1.4 Одложено и привремено осигурање за случај смрти.....	8
1.2. Осигурање капитала за случај доживљења	9
1.3. Мешовито осигурање	10
2. Осигурање капитала уплатом годишње премије	11
2.1. Премија се плаћа доживотно	11
2.1.1 Непосредно осигурање капитала (без услова и ограничења).....	11
2.1.2 Одложено осигурање капитала.....	13
2.2. Премија се плаћа привремено	13
2.2.1 Доживотно осигурање капитала за случај смрти	13
2.2.2 Привремено осигурање капитала за случај смрти (на n година)	14
2.2.3 Привремено осигурање капитала за случај доживљења	14
2.2.4 Мешовито осигурање капитала	15
3. Осигурање капитала уплатом месечне премије	15
3.1. Месечна премија се плаћа доживотно	16
3.1.1 Непосредно осигурање капитала	16
3.1.2 Одложено осигурање капитала.....	16
3.2. Месечна премија се плаћа привремено.....	17
3.2.1 Доживотно осигурање капитала за случај смрти	17
3.2.2 Привремено осигурање капитала за случај смрти (на n година)	17
3.2.3 Привремено осигурање капитала за случај доживљења	18

3.2.4	Мешовито осигурање капитала	18
	Литература	20

Увод

За разлику од осигурања личне ренте, где осигураник стиче право да са једном уплатом прима сваке године од осигуравајућег друштва одређену суму новца-ренту, код осигурања капитала осигурана сума се кориснику полисе исплаћује једном или највише два пута.

Осигурање капитала може бити:

1. За случај смрти,
2. За случај доживљења,
3. За случај доживљења и смрти-мешовито осигурање капитала.

Осигурава се:	КАПИТАЛ (једнократни износ)
Уплатом: МИЗЕ (једнократни износ)	1. Осигурање капитала за случај смрти: <ul style="list-style-type: none"> - доживотно - одложено - привремено - одложено и привремено 2. Осигурање капитала за случај доживљења 3. Мешовито осигурање капитала
ПРЕМИЈЕ (вишекратни износ)	1. Премија се плаћа доживотно <ul style="list-style-type: none"> - непосредно осигурање капитала - одложено осигурање капитала 2. Премија се плаћа привремено <ul style="list-style-type: none"> - доживотно осигурање капитала за случај смрти - привремено

	осигурање капитала за случај смрти - привремено осигурање капитала за случај доживљења - мешовито осигурање капитала
--	---

1. Осигурање капитала уплатом мизе

Реч је о осигурању које подразумева уплату једнократног износа (миза) ради обезбеђења могућности добијања у будућности једнократног износа (капитала).

1.1. Осигурање капитала за случај смрти

Постоје четири врсте осигурања капитала за случај смрти:

1. Доживотно
2. Одложено
3. Привремено и
4. Одложено привремено

1.1.1 Доживотно осигурање капитала за случај смрти

Доживотно осигурање капитала за случај смрти подразумева да се осигурани капитал исплаћује крајем године одређеном лицу чим смрт осигураника наступи.

Лице старо x година осигурало је K динара да се исплати наследницима после његове смрти ма кад смрт наступила. Колика је нето миза за ово осигурање? Ако са A_x обележимо нето мизу за 1 динар осигураног капитала, осигуравајућа компанија примиће од l_x лица старих x година уплату у износу од $l_x \cdot A_x$ динара, а осигуравајуће друштво ће исплаћивати на крају године у којој умре лице за сваког умрлог по 1 динар, тако да ће осигуравајуће друштво уколико у току прве године умре d_x лица, исплатити:

на крају прве године d_x динара,

на крају друге године d_{x+1} динара,

на крају треће године d_{x+2} динара,

итд.

Примењујући правило еквиваленције, на крају се долази до тога да је нето миза за 1 динар осигураног капитала за случај смрти:

$$A_x = \frac{M_x}{D_x}$$

а нето миза за k динара је

$$M = K \cdot A_x$$

Пример 1.

Лице старо 50 година осигурало је 120.000 динара да се исплати наследницима после његове смрти, без обзира на време наступања смрти. Израчунати мизу за ово осигурање.

1.1.2 Одложено осигурање капитала за случај смрти

Код одложеног осигурања капитала за случај смрти осигуравајућа компанија се обавезује да ће исплатити уговорени капитал кориснику који је назначен крајем године у којој осигураник умре, али под условом да осигураник умре после k година од дана осигурања.

Овакав облик осигурања се практикује у случају сумњивог здравственог стања осигураника, јер би скором смрћу осигураник обезбедио назначеног корисника полисе на штету осигуравајућег друштва. Уколико осигураник умре у току предвиђених k година, кориснику се ништа не исплаћује.

Колику нето мизу мора уплатити лице старо x година да би осигурало капитал од K динара који ће се исплатити наследницима после његове смрти под условом да осигураник умре тек после k година од дана осигурања?

Нето мизу за 1 динар осигуране суме обележићемо са ${}_k|A_x$, па ће осигуравајућа компанија примити од l_x лица старих x година уплату у износу од $l_x \cdot {}_k|A_x$ динара. Осигуравајуће друштво исплатиће:

на крају $(k + 1)$ године d_{x+k} динара,
 на крају $(k + 2)$ године d_{x+k+1} динара,
 на крају $(k + 3)$ године d_{x+k+2} динара,
 итд.

Пошто су уплате једнаке исплатама, нето миза за 1 динар одложеног осигурања капитала за случај смрти је:

$${}_k|A_x = \frac{M_{x+k}}{D_x}$$

За K динара нето миза биће:

$$M = K \cdot {}_k|A_x$$

Пример 2.

Лице старо 45 година осигурало је 150.000 динара да се исплати наследницима после његове смрти, у случају да се смрт деси након истека 12 година од дана осигурања. Израчунати нето мизу.

1.1.3 Привремено осигурање за случај смрти

Привремено осигурање за случај смрти је такво осигурање код ког се осигурани капитал исплаћује крајем године само уколико осигураник умре у току првих n година од дана осигурања, у супротном осигурани капитал се не исплаћује, односно осигуравајуће друштво задржава мизу.

Лице старо x година осигурало је K динара, да се исплати наследницима само уколико осигураник умре у току n година од дана осигурања.

Нето мизу за 1 динар осигуране суме обележићемо са ${}_nA_x$, па ће осигуравајућа компанија примити од l_x лица старих x година уплату у износу од $l_x \cdot {}_nA_x$ динара.

Пошто су уплате једнаке исплатама, нето миза за 1 динар привременог осигурања капитала за случај смрти је:

$$|_n A_x = \frac{M_x - M_{x+n}}{D_x}$$

За K динара нето миза биће:

$$M = K \cdot |_n A_x$$

Пример 3.

Лице старо 52 година осигурало је 90.000 динара да се исплати наследницима у случају да осигураник умре у току 10 година од дана осигурања. Израчунати нето мизу.

1.1.4 Одложено и привремено осигурање за случај смрти

Уколико се осигурани капитал исплаћује кориснику осигурања само у случају ако осигураник преживи k година и умре у току наредних n година, тада се говори о одложеном привременом осигурању за случај смрти.

Колику нето мизу мора уплатити лице старо x година да би осигурало капитал од K динара који ће се исплатити наследницима после његове смрти, ако преживи k година од дана осигурања и умре у току n наредних година?

Нето мизу за 1 динар осигуране суме обележићемо са ${}_{k|n} A_x$, па ће осигуравајућа компанија примити од l_x лица старих x година уплату у износу од $l_x \cdot {}_{k|n} A_x$ динара.

Пошто су уплате једнаке исплатама, нето миза за 1 динар овог осигураног капитала је:

$${}_{k|n} A_x = \frac{M_{x+k} - M_{x+k+n}}{D_x}$$

За K динара нето миза ће бити:

$$M = K \cdot {}_{k|n} A_x$$

Пример 4.

Лице старо 40 година осигурало је 85.000 динара да се исплати наследницима у случају да осигураник преживи 5 година од дана осигурања, а затим умре у наредних 15 година. Колико износи нето миза за ово осигурање?

1.2. Осигурање капитала за случај доживљења

Осигурање капитала за случај доживљења је такав облик осигурања по коме осигуравајуће друштво исплаћује уговорену суму само осигураним лицима која доживе уговорени рок од дана осигурања. Уколико осигураници не доживе тај рок, уплате остају осигуравајућој компанији.

Осигурање капитала за случај доживљења врши се на следећи начин:

Колику нето мизу мора уплатити лице старо x година, које жели да осигура k динара капитала, с тим да му се овај износ исплати ако доживи $x+n$ година старости?

Обележимо нето мизу за 1 динар осигураног капитала са ${}_nE_x$, па ће осигуравајућа компанија примити од l_x лица старих x година износ од $l_x \cdot {}_nE_x$ динара.

Пошто су уплате једнаке исплатама, нето миза за 1 динар овог осигураног капитала је:

$${}_nE_x = \frac{D_{x+n}}{D_x}$$

За k динара нето миза ће бити:

$$M = K \cdot {}_nE_x$$

Пример 5.

Лице старо 39 година осигурало је 105.000 динара да јој се исплати уколико доживи 58 година старости. Колико износи нето миза за ово осигурање?

1.3. Мешовито осигурање

Мешовито осигурање капитала се најчешће примењује у пракси. У питању је врста осигурања која настаје спајањем осигурања за случај доживљења са осигурањем капитала за случај смрти. Обавеза осигуравајуће компаније је да исплати капитал или кориснику у случају смрти осигураника крајем године у којој осигураник умре или осигуранику крајем одређеног времена ако је жив. Према томе, миза мешовитог осигурања једнака је збиру миза за привремено осигурање капитала за случај смрти и осигурања капитала за случај доживљења за време трајања мешовитог осигурања.

Лице старо x година осигурава k динара на n година да му се исплати ако доживи n -ту годину, а ако умре пре да осигураних k динара добију наследници. Колика је нето миза за ово осигурање?

Обележимо нето мизу за 1 динар осигураног капитала са $A_{x,n}$, па ће осигуравајућа компанија примити од l_x лица старих x година износ од $l_x \cdot A_{x,n}$ динара.

Пошто су уплате једнаке исплатама, нето миза за 1 динар овог осигураног капитала је:

$$A_{x,n} = \frac{M_x - M_{x+n}}{D_x} + \frac{D_{x+n}}{D_x}$$

односно

$$A_{x,n} = {}_nA + {}_nE_x$$

То значи да је нето миза за 1 динар мешовитог осигурања капитала једнака збиру нето миза за 1 динар привременог осигурања капитала за случај смрти и осигураног капитала за случај доживљења.

За k динара нето миза ће бити:

$$M = K \cdot A_{x,n}$$

Пример 6.

Лице старо 35 година осигурало је капитал од 70.000 динара да му се исплати уколико доживи 55 година старости или наследницима уколико умре пре тога. Колико износи нето миза за ово осигурање?

2. Осигурање капитала уплатом годишње премије

Под осигурањем капитала подразумева се такво осигурање код кога се исплата осигуране суме за време трајања осигурања врши једанпут, а највише два пута.

Осигурање капитала уплатом мизе је непрактично са гледишта осигураника, зато што је њему лакше да уплате за осигурање расподели на више година у једнаким износима.

Код осигурања капитала уплатом премије уплаћивање се врши у сталним временским размацама, од године дана, неограничен или ограничен број година од дана осигурања. Било да осигураник годишњу премију плаћа доживотно или привремено, премије се не плаћају после смрти осигураника, односно после пријема целокупне осигуране суме. Према томе, годишње уплате или премије зависе од живота осигураника, што значи да смрћу осигураника престаје свако даље уплаћивање, иако према уговору осигурање траје и после.

За израчунавање годишњих премија важи принцип еквиваленције уплата и исплата, као и принцип закона великих бројева.

2.1. Премија се плаћа доживотно

Ако се премије почињу плаћати одмах до смрти осигураника, тада се говори о доживотној непосредној личној премији.

Премија може бити:

1. годишња доживотна,
2. годишња привремена.

2.1.1 Непосредно осигурање капитала (без услова и ограничења)

Наследницима се исплаћује осигурана сума (капитал) без обзира када осигураник умре.

Ако са $P(A_x)$ обележимо премију која обезбеђује 1 динар капитала, осигуравајућа компанија примиће од l_x лица старих x година:

почетком прве године од l_x лица	$l_x \cdot P(A_x)$ динара,
почетком друге године l_{x+1} лица	$l_{x+1} \cdot P(A_x)$ динара,
почетком треће године l_{x+2} лица	$l_{x+2} \cdot P(A_x)$ динара,
итд.	

Исплате корисницима осигурања за доживотно осигурање капитала за случај смрти биће:

на крају прве године d_x динара,
на крају друге године d_{x+1} динара,
на крају треће године d_{x+2} динара,
итд.

Пошто су уплате једнаке исплатама, премија за један динар оваквог осигурања капитала биће:

$$P(A_x) = \frac{M_x}{N_x} = \frac{\frac{M_x}{D_x}}{\frac{N_x}{D_x}} = \frac{A_x}{a_x}$$

$$P(A_x) = \frac{A_x}{a_x}$$

где је A_x нето миза за 1 динар осигураног капитала код доживотног осигурања капитала за случај смрти, а a_x нето миза за 1 динар непосредне доживотне ренте.

а премија за K динара је

$$P = K \cdot P(A_x)$$

Пример 1.

Лице старо 37 година осигурало је 75.000 динара да се исплати наследницима после његове смрти. Колико износи премија за ово осигурање.

2.1.2 Одложено осигурање капитала

Код одложеног осигурања капитала, наследницима се исплаћује осигурана сума, али само ако осигураник умре после k година.

У том случају, премија за један динар осигураног капитала износиће:

$$P({}_k|A_x) = \frac{M_{x+k}}{N_x} = \frac{\frac{M_{x+k}}{D_x}}{\frac{N_x}{D_x}} = \frac{{}_k|A_x}{a_x}$$

где је ${}_k|A_x$ нето миза за 1 динар осигуране суме код одложеног осигурања капитала за случај смрти.

$$P({}_k|A_x) = \frac{{}_k|A_x}{a_x}$$

а премија за K динара је

$$P = K \cdot P({}_k|A_x)$$

Пример 2.

Лице старо 47 година осигурало је 125.000 динара да се исплати наследницима после његове смрти, уколико је смрт наступила 18 година од дана осигурања. Колико износи премија за ово осигурање.

2.2. Премија се плаћа привремено

Уколико осигураник плаћа премију највише m година од дана осигурања, таква премија се назива годишња *привремена премија*.

2.2.1 Доживотно осигурање капитала за случај смрти

Годишњу привремену премију за 1 динар осигуране суме доживотног осигурања капитала за случај смрти, означимо са ${}_m P(A_x)$ тако да ће осигуравајућа компанија примити од l_x лица старих x година $l_x \cdot {}_m P(A_x)$ динара.

Поштујући правило еквиваленције следи да је:

$${}_m P(A_x) = \frac{M_x}{N_x - N_{x+m}} = \frac{A_x}{|m a_x}$$

и

$$P = K \cdot {}_m P(A_x)$$

Пример 3.

Лице старо 40 година осигурало се за случај смрти на 95.000 динара да се исплати наследницима после његове смрти, ма кад смрт наступила. Колико износи премија која се плаћа 12 година?

2.2.2 Привремено осигурање капитала за случај смрти (на n година)

Наследницима се исплаћује осигурана сума, ако осигураник умре у току првих n година (то је период привременог осигурања), а ако умре након тога, осигурана сума се не исплаћује ником (остаје осигуравајућој компанији).

Привремена годишња премија за привремено осигурање капитала за случај смрти добија се:

$${}_m P({}_n A_x) = \frac{M_x - M_{x+n}}{N_x - N_{x+m}} = \frac{|n A_x}{|m a_x}$$

и

$$P = K \cdot {}_m P({}_n A_x)$$

Пример 4.

Лице старо 54 године осигурава капитал од 112.000 динара да се исплати наследницима уколико осигураник умре у току првих 10 година. Колико износи премија која се плаћа првих 6 година?

2.2.3 Привремено осигурање капитала за случај доживљења

Осигуранику се исплаћује осигурана сума ако доживи n година привременог осигурања. Годишња привремена премија за случај доживљења је:

$${}_m P({}_n E_x) = \frac{D_{x+n}}{N_x - N_{x+m}} = \frac{{}_n E_x}{{}_m a_x}$$

и

$$P = K \cdot {}_m P({}_n E_x)$$

Пример 5.

Лице старо 34 године осигурава капитал од 77.000 динара да се исплати осигуранику уколико осигураник доживи 15 година од дана осигурања. Колико износи премија која се плаћа 10 година?

2.2.4 Мешовито осигурање капитала

Осигурана сума се исплаћује наследницима, ако осигураник умре пре истека n година привременог осигурања. Осигурана сума се исплаћује осигуранику ако доживи n година од дана уговарања осигурања.

Следи:

$${}_m P(A_{x,n}) = \frac{M_x - M_{x+n} + D_{x+n}}{N_x - N_{x+m}} = {}_m P({}_n A_x) + {}_m P({}_n E_x)$$

и

$$P = K \cdot {}_m P(A_{x,n})$$

Пример 6.

Лице старо 43 године осигурава капитал од 52.000 динара да се исплати наследницима уколико осигураник умре у првих 15 година од дана осигурања или осигуранику уколико доживи 15 година од дана осигурања. Колико износи премија која се плаћа првих 8 година?

3. Осигурање капитала уплатом месечне премије

Код осигурања капитала уплатом премије уплаћивање се врши у сталним временским размацима неограничен или ограничен број година од дана осигурања.

Полугодишња, четворомесечна или тромесечна премија се добијају тако што се годишња премија подели са 2, односно 3, односно 4 и увећа за одговарајућу камату.

Месечна премија се добија тако што се годишња премија подели са 12, а добијени износ се увећа за припадајућу камату.

Месечна премија може бити:

1. доживотна,
2. привремена.

3.1. Месечна премија се плаћа доживотно

3.1.1 Непосредно осигурање капитала

Наследницима се исплаћује осигурана сума (капитал) без обзира када осигураник умре.

Месечна премија за 1 динар оваквог осигурања капитала биће:

$$P^m(A_x) = \frac{1}{12} \cdot \frac{M_x}{N_x} \cdot r = \frac{1}{12} \cdot \frac{A_x}{a_x} \cdot r$$

$$r = \frac{1 + p}{100}$$

а премија за K динара је

$$P^m = K \cdot P^m(A_x)$$

Пример 1.

Лице старо 43 године осигурало је 85.000 динара да се исплати наследницима после његове смрти. Колико износи месечна премија за ово осигурање, ако осигуравач зарачунава 4% камате?

3.1.2 Одложено осигурање капитала

Наследницима се исплаћује осигурана сума, али само ако осигураник умре после k година.

Месечна премија за 1 динар оваквог осигурања капитала биће:

$$P^m({}_k|A_x) = \frac{1}{12} \cdot \frac{M_{x+k}}{N_x} \cdot r$$

а премија за K динара је

$$P^m = K \cdot P^m({}_k|A_x)$$

Пример 2.

Лице старо 54 године осигурало је 135.000 динара да се исплати наследницима после његове смрти, уколико је смрт наступила 8 година од дана осигурања. Колико износи месечна премија за ово осигурање, уколико осигуравач зарачунава 3% камате?

3.2. Месечна премија се плаћа привремено

Уколико осигураник плаћа премију највише m година од дана осигурања, таква премија се назива *привремена премија*.

3.2.1 Доживотно осигурање капитала за случај смрти

Месечна премија за 1 динар оваквог осигурања капитала биће:

$${}_m P^m(A_x) = \frac{1}{12} \cdot \frac{M_x}{N_x - N_{x+m}} \cdot r$$

а за K динара капитала:

$$P^m = K \cdot {}_m P^m(A_x)$$

Пример 3.

Лице старо 48 година осигурало се за случај смрти на 92.000 динара да се исплати наследницима после његове смрти, ма кад смрт наступила. Колико износи месечна премија која се плаћа 12 година, ако осигуравач зарачунава 3% камате?

3.2.2 Привремено осигурање капитала за случај смрти (на n година)

Месечна премија за 1 динар оваквог осигурања капитала биће:

$${}_m P^m({}_n A_x) = \frac{1}{12} \cdot \frac{M_x - M_{x+n}}{N_x - N_{x+m}} \cdot r$$

а за K динара капитала:

$$P^m = K \cdot {}_m P^m({}_n A_x)$$

Пример 4.

Лице старо 44 године осигурава капитал од 89.000 динара да се исплати наследницима уколико осигураник умре у току првих 15 година. Колико износи месечна премија која се плаћа првих 8 година, уколико осигуравач зарачунава 2,5% камате?

3.2.3 Привремено осигурање капитала за случај доживљења

Осигуранику се исплаћује осигурана сума ако доживи n година привременог осигурања.

Месечна премија за 1 динар оваквог осигурања капитала биће:

$${}_m P^m({}_n E_x) = \frac{1}{12} \cdot \frac{D_{x+n}}{N_x - N_{x+m}} \cdot r$$

а за K динара капитала:

$$P^m = K \cdot {}_m P^m({}_n E_x)$$

Пример 5.

Лице старо 50 година осигурава капитал од 90.000 динара да се исплати осигуранику уколико осигураник доживи 12 година од дана осигурања. Колико износи месечна премија која се плаћа првих 8 година, ако осигуравач обрачунава 3,2% камате?

3.2.4 Мешовито осигурање капитала

Осигурана сума се исплаћује наследницима, ако осигураник умре пре истека n година привременог осигурања или се осигурана сума исплаћује осигуранику ако доживи n година од дана уговарања осигурања.

Месечна премија за 1 динар оваквог осигурања капитала биће:

$${}_m P^m(A_{x:n}) = \frac{1}{12} \cdot \frac{M_x - M_{x+n} + D_{x+n} \cdot r}{N_x - N_{x+m}}$$

а за К динара капитала:

$$P^m = K \cdot {}_m P^m(A_{x:n})$$

Пример 6.

Лице старо 53 године осигурава капитал од 40.000 динара да се исплати наследницима уколико осигураник умре у првих 15 година од дана осигурања или осигуранику уколико доживи 15 година од дана осигурања. Колико износи месечна премија која се плаћа првих 10 година, уколико осигуравач зарачунава 4% камате?

Литература

1. Вугделија, Д. (2008) *Актуарска математика*, основни концепт за наставу, Суботица.
2. Кочовић, Ј. (2006) *Актуарске основе формирања тарифа у осигурању лица*, ЦИД Економског факултета у Београду, Београд.
3. Кочовић, Ј. и Ракоњац, А.Т. (2005) *Збирка решених задатака из Финансијске и Актуарске математике*, Економски факултет у Београду, Београд.
4. Ралевић, Р. (1973) *Финансијска и актуарска математика*, Савремена администрација, Београд.
5. Филиповић, Л. (2011) *Методе вредновања ризика*, Штампарија Наука и друштво, Београд.
6. Шекарић М. и Барјактаровић, Л. (2010) *Финансијска математика и актуарство*, скрипта, Универзитет Сингидунум, Београд.