

ПОСЛОВНА СТАТИСТИКА
-ОБРАСЦИ И ТАБЛИЦЕ-

Др Наташа Папић-Благојевић

1. СРЕДЊЕ ВРЕДНОСТИ (НЕГРУПИСАНИ ПОДАЦИ)

Израчунаје средње вредности:

1. Аритметичка средина

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}$$

2. Геометријска средина

$$G = \sqrt[n]{\prod_{i=1}^n x_i}$$

$$\log G = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \log x_i \quad \Rightarrow \quad G = \text{anti log}(\log G)$$

3. Хармонијска средина

$$H = \frac{n}{\sum_{i=1}^n \frac{1}{x_i}}$$

Позиционе средње вредности:

1. Модус (не постоји)

2. Медијана (не паран број података)

$$Me = x_{\frac{n+1}{2}}$$

3. Медијана (паран број података)

$$Me = \frac{\frac{x_n}{2} + \frac{x_{n+1}}{2}}{2}$$

2. СРЕДЊЕ ВРЕДНОСТИ (ГРУПИСАНИ ПОДАЦИ)

Израчунаје средње вредности:

1. Аритметичка средина

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^k f_i x_i}{\sum_{i=1}^k f_i}$$

2. Геометријска средина

$$G = \sqrt[n]{\prod_{i=1}^n x_i^{f_i}}$$

$$\log G = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^k f_i \log x_i \Rightarrow G = \text{anti log}(\log G)$$

3. Хармонијска средина

$$H = \frac{\sum_{i=1}^k f_i}{\sum_{i=1}^k \frac{f_i}{x_i}}$$

Позиционе средње вредности:

1. Модус

$$M_o = L_m + \frac{f_m - f_{m-1}}{(f_m - f_{m-1}) + (f_m - f_{m+1})} \cdot \Delta$$

2. Медијана

- Прекидна нумеричка обележја (непаран број података)

$$Me = x_{\frac{n+1}{2}}$$

- Прекидна нумеричка обележја (паран број података)

$$Me = \frac{x_{\frac{n}{2}} + x_{\frac{n}{2}+1}}{2}$$

- Непрекидна нумеричка обележја

$$M_e = L_m + \frac{\frac{n}{2} - K_{m-1}}{f_m} \cdot \Delta$$

3. МЕРЕ ВАРИЈАЦИЈЕ (НЕГРУПИСАНИ ПОДАЦИ)

1. Интервал (ранг) варијације

$$I_v = R = x_{\max} - x_{\min}$$

2. Средње апсолутно одступање

$$AD = \frac{\sum_{i=1}^n |x_i - \bar{x}|}{n}$$

3. Варијанса

$$s^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n}$$

$$s^2 = \frac{\sum_{i=1}^n x_i^2}{n} - \bar{x}^2$$

4. Стандардна девијација

$$s = \sqrt{s^2}$$

$$s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n}}$$

$$s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n x_i^2}{n} - \bar{x}^2}$$

5. Коefицијент варијације

$$C_v = \frac{s}{\bar{x}} \cdot 100$$

6. Стандардизовано одступање

$$z = \frac{x_i - \bar{x}}{s}$$

4. МЕРЕ ВАРИЈАЦИЈЕ (ГРУПИСАНИ ПОДАЦИ)

1. Интервал (ранг) варијације

$$I_v = R = x_{\max} - x_{\min}$$

2. Средње апсолутно одступање

$$AD = \frac{\sum_{i=1}^k f_i |x_i - \bar{x}|}{\sum_{i=1}^k f_i}$$

3. Варијанса

$$s^2 = \frac{\sum_{i=1}^k f_i (x_i - \bar{x})^2}{\sum_{i=1}^k f_i}$$

$$s^2 = \frac{\sum_{i=1}^k f_i x_i^2}{\sum_{i=1}^k f_i} - \bar{x}^2$$

4. Стандардна девијација

$$s = \sqrt{s^2}$$

$$s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^k f_i (x_i - \bar{x})^2}{\sum_{i=1}^k f_i}}$$

$$s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^k f_i x_i^2}{\sum_{i=1}^k f_i} - \bar{x}^2}$$

5. Коefицијент варијације

$$C_v = \frac{s}{\bar{x}} \cdot 100$$

6. Стандардизовано одступање

$$z = \frac{x_i - \bar{x}}{s}$$

5. МЕРЕ ОБЛИКА РАСПОРЕДА ФРЕКВЕНЦИЈА

1. Мера симетрије

$$\alpha_3 = \frac{m_3}{s^3} \quad m_3 = \frac{\sum_{i=1}^k f_i (x_i - \bar{x})^3}{\sum_{i=1}^k f_i}$$

2. Мера спљошгености

$$\alpha_4 = \frac{m_4}{s^4} \quad m_4 = \frac{\sum_{i=1}^k f_i (x_i - \bar{x})^4}{\sum_{i=1}^k f_i}$$

6. ЛИНЕАРНА РЕГРЕСИЈА

Општи облик линеарне регресије:

$$\hat{y}_i = a + b \cdot x_i$$

Оцене непознатих коефицијената:

$$b = \frac{\sum x_i y_i - n \cdot \bar{x} \cdot \bar{y}}{\sum x_i^2 - n \bar{x}^2}$$

$$a = \bar{y} - b \bar{x}$$

Стандардна грешка регресије:

$$s_e = \sqrt{\frac{\sum (y_i - \hat{y}_i)^2}{n - 2}}$$

$$s_e = \sqrt{\frac{\sum y_i^2 - a \cdot \sum y_i - b \cdot \sum x_i y_i}{n - 2}}$$

Предвиђање помоћу једначине регресије:

$$\hat{y}_0 = a + b \cdot x_0$$

$$\hat{y}_0 - t_{\alpha/2; n-2} \cdot s_p < y_0 < \hat{y}_0 + t_{\alpha/2; n-2} \cdot s_p$$

$$s_p = s_e \sqrt{1 + \frac{1}{n} + \frac{(\bar{x} - x_0)^2}{\sum x_i^2 - n \cdot \bar{x}^2}}$$

Коефицијент корелације:

$$r = \frac{\sum x_i y_i - n \cdot \bar{x} \cdot \bar{y}}{\sqrt{(\sum x_i^2 - n \cdot \bar{x}^2) \cdot (\sum y_i^2 - n \cdot \bar{y}^2)}}$$

Коефицијент детерминације:

$$r^2 = 1 - \frac{\sum (y_i - \hat{y}_i)^2}{\sum (y_i - \bar{y})^2}$$

$$r^2 = \frac{a \cdot \sum y_i + b \cdot \sum x_i y_i - n \cdot \bar{y}^2}{\sum y_i^2 - n \cdot \bar{y}^2}$$

Оцена коефицијента и стандардна грешка регресије:

$$b = r \cdot \sqrt{\frac{\sum y_i^2 - n \cdot \bar{y}^2}{\sum x_i^2 - n \cdot \bar{x}^2}}$$

$$a = \bar{y} - b\bar{x}$$

$$s_e = \sqrt{\sum y_i^2 - n \cdot \bar{y}^2} \cdot \sqrt{\frac{1 - r^2}{n - 2}}$$

7. РЕЛАТИВНИ БРОЈЕВИ

Индивидуални индекси:

1. Базни индекси

$$B_i = \frac{y_i}{y_b} \cdot 100 \quad i = 1, 2, 3, \dots, n$$

2. Ланчани индекси

$$L_i = \frac{y_i}{y_{i-1}} \cdot 100 \quad i = 2, 3, \dots, n$$

3. Средњи темпо раста

$$\bar{K} = \sqrt[n-1]{L_2 L_3 \dots L_n} = \sqrt[n-1]{\frac{y_2}{y_1} \cdot \frac{y_3}{y_2} \cdot \dots \cdot \frac{y_n}{y_{n-1}}} = \sqrt[n-1]{\frac{y_n}{y_1}}$$

$$S = (\bar{K} - 1) \cdot 100$$

$$y_i = y_{i-1} \cdot \left(1 + \frac{S}{100}\right)$$

Групни индекси:

1. Индекс количина

- **Непондерисани индекс количина**

$$I_Q = \frac{\sum Q_1}{\sum Q_0} \cdot 100$$

$$I_Q = \frac{\sum \left(\frac{Q_1}{Q_0} \cdot 100\right)}{n}$$

- **Пондерисани индекс количина**

Базна пондерација

$${}_0I_Q = \frac{\sum Q_1 \cdot P_0}{\sum Q_0 \cdot P_0} \cdot 100$$

Текућа пондерација

$${}_1I_Q = \frac{\sum Q_1 \cdot P_1}{\sum Q_0 \cdot P_1} \cdot 100$$

Фиксна пондерација

$${}_2I_Q = \frac{\sum Q_1 \cdot P_2}{\sum Q_0 \cdot P_2} \cdot 100$$

- **Пондерисана средина индивидуалних индекса количине**

$$I_Q = \frac{\sum \left(\frac{Q_1 \cdot 100}{Q_0} \right) \cdot v}{\sum v}$$

2. Индекс цена

- **Непондерисани индекс цена**

$$I_P = \frac{\sum P_1}{\sum P_0} \cdot 100$$

$$I_P = \frac{\sum \left(\frac{P_1 \cdot 100}{P_0} \right)}{n}$$

- **Пондерисани индекс цена**

Базна пондерација

$${}_0I_P = \frac{\sum P_1 \cdot Q_0}{\sum P_0 \cdot Q_0} \cdot 100$$

Текућа пондерација

$${}_1I_P = \frac{\sum P_1 \cdot Q_1}{\sum P_0 \cdot Q_1} \cdot 100$$

Фиксна пондерација

$${}_2I_P = \frac{\sum P_1 \cdot Q_2}{\sum P_0 \cdot Q_2} \cdot 100$$

- Пондерисана средина индивидуалних индекса цена

$$I_P = \frac{\sum \left(\frac{P_1}{P_0} \cdot 100 \right) \cdot V}{V}$$

8. ТРЕНД

1. Линеарни тренд

- Оцењена функција

$$\hat{y}_i = b_0 + b_1 \cdot x_i$$

$$b_0 = \bar{y} = \frac{\sum y_i}{n}$$

$$b_1 = \frac{\sum x_i y_i}{\sum x_i^2}$$

- Стандардна грешка тренда

$$Sy_i = \sqrt{\frac{\sum (y_i - \hat{y}_i)^2}{n - k}}$$

2. Експоненцијални тренд

- Оцењена функција

$$\hat{y}_i = b_0 \cdot b_1^{x_i}$$

- Логаритмована функција

$$\log \hat{y}_i = \log b_0 + x_i \log b_1$$

$$\log b_0 = \frac{\sum \log y_i}{n}$$

$$\log b_1 = \frac{\sum x_i \cdot \log y_i}{\sum x_i^2}$$

- **Експоненцијална стопа раста**

$$r_e = (b_1 - 1) \cdot 100$$

9. ВИШЕСТРУКА РЕГРЕСИЈА

- **Оцењена регресиона једначина**

$$\hat{y}_i = b_0 + b_1 \cdot x_1 + b_2 \cdot x_2 + \dots + b_k \cdot x_k$$

$$d_1 = x_1 - \bar{x}_1$$

$$d_2 = x_2 - \bar{x}_2$$

$$d_k = x_k - \bar{x}_k$$

$$d_k = y - \bar{y}$$

$$b_0 = \bar{y} - b_1 \cdot \bar{x}_1 - b_2 \cdot \bar{x}_2$$

$$b_1 = \frac{\sum d_2^2 \cdot \sum d_1 \cdot d_y - \sum d_1 \cdot d_2 \sum d_2 \cdot d_y}{\sum d_1^2 \cdot \sum d_2^2 - (\sum d_1 \cdot d_2)^2}$$

$$b_2 = \frac{\sum d_1^2 \cdot \sum d_2 \cdot d_y - \sum d_1 \cdot d_2 \sum d_1 \cdot d_y}{\sum d_1^2 \cdot \sum d_2^2 - (\sum d_1 \cdot d_2)^2}$$

- **Стандардна грешка регресије**

$$S = \sqrt{\frac{\sum d_y^2 - b_1 \cdot \sum d_1 \cdot d_y - b_2 \cdot \sum d_2 \cdot d_y}{n-3}}$$

- **Коефицијенти вишеструке детерминације и корелације**

$$R^2 = \frac{b_1 \cdot \sum d_1 \cdot d_y + b_2 \cdot \sum d_2 \cdot d_y}{\sum d_y^2}$$

$$R = \sqrt{R^2}$$

- **Кориговани коефицијент вишеструке детерминације**

$$\bar{R}^2 = 1 - \frac{n-1}{n-(k+1)} \cdot (1 - R^2)$$

Студентова t дистрибуција (ниво поузданости 99% и 95%)

n	t. ₉₉₅	t. ₉₇₅
1	63.66	12.71
2	9.92	4.30
3	5.84	3.18
4	4.60	2.78
5	4.03	2.57
6	3.71	2.45
7	3.50	2.36
8	3.36	2.31
9	3.25	2.26
10	3.17	2.23
11	3.11	2.20
12	3.06	2.18
13	3.01	2.16
14	2.98	2.14
15	2.95	2.13
16	2.92	2.12
17	2.90	2.11
18	2.88	2.10
19	2.86	2.09
20	2.84	2.09
21	2.83	2.08
22	2.82	2.07
23	2.81	2.07
24	2.80	2.06
25	2.79	2.06
26	2.78	2.06
27	2.77	2.05
28	2.76	2.05
29	2.76	2.04
30	2.75	2.04
40	2.70	2.02
60	2.66	2.00
120	2.62	1.98
∞	2.58	1.96