

VEŽBE 3 IZ PREDMETA FINANSIJSKA I AKTUARSKA MATEMATIKA

FAKTOR DODAJNIH ULOGA

PRIMER 1

Početak svakog semestra uloži se po 5.000 dinara u banku koja plaća 4% kamate godišnje i koja kapitališe šestomesečno. Kolika je suma uloga posle 10 godina?

$$U = 5.000$$

$$p = 4\%, p_p = 2\%$$

$$r = 1,02$$

$$n = 10$$

$$m = 2$$

$$S_n = U * r^{\frac{rn-1}{r-1}}$$
$$S_n = 5.000 * 1,02^{\frac{1,02(20)-1}{1,02-1}} = 123.916,59$$

Ili

$$S_n = U * III_{p\%}^n = 5.000 * III_{2\%}^{20} = 5.000 * 24,7833 = 123.916,50$$

PRIMER 2

Uplaćivano je u banku u periodu od 8 godina, početkom svakog kvartala po 4.000 dinara uz 12%(pa)d i kvartalno kapitalisanje. Izračunati sumu tih uloga:

a) na polovini perioda ulaganja

b) na kraju šeste godine

c) na kraju perioda ulaganja

d) na kraju desete godine

a)

$$U = 4.000$$

$$m = 4$$

$$p = 12\% \dots p_q = 3\%$$

$$S_n = U * III_{p\%}^n = 4.000 * III_{3\%}^{16} = 4.000 * 20,7616 = 83.046,40$$

b)

$$S_n = 4.000 * III_{3\%}^{24} = 4.000 * 35,4593 = 141.837,20$$

c)

$$S_n = 4.000 * III_{3\%}^{32} = 4.000 * 54,0778 = 216.311,20$$

d)

$$S_n = 216.311,20 * I_{3\%}^8 = 216.311,20 * 1,2668 = 274.023,03$$

PRIMER 3

Uplaćivano je u banku početkom godine: prvih 5 godina po 10.000 dinara, drugih 5 godina po 15.000 dinara, a narednih 5 godina po 20.000 godina. Odrediti sumu uloga na kraju 15 godine i sadašnju vrednost sume uloga. Kamatna stopa je 6% i kapitalisanje je godišnje.

Vrednost I grupe uloga S_1 na kraju pete godine je:

$$S_1 = U * III_{p\%}^n = 10.000 * III_{6\%}^5 = 10.000 * 5,9753 = 59.753$$

Vrednost te grupe uloga na kraju 15 godine je:

$$K_1 = S_1 * I_{6\%}^{10} = 59.753 * 1,7908 = 107.005,6724$$

Vrednost II grupe uloga na kraju 10 – te godine je:

$$S_2 = U * III_{p\%}^n = 15.000 * III_{6\%}^5 = 15.000 * 5,9753 = 89.629,50$$

Vrednost te grupe uloga na kraju 15 godine je:

$$K_2 = S_2 * I_{6\%}^5 = 89.629,50 * 1,3382 = 119.942,1969$$

Vrednost III grupe uloga na kraju 15-te godine je:

$$S_3 = U * III_{p\%}^n = 20.000 * III_{6\%}^5 = 20.000 * 5,9753 = 119.506$$

$$K_n = K_1 + K_2 + S_3 = 346.453,8693$$

Sadašnja vrednost ove sume iznosi:

$$K = K_n * II_{6\%}^{15} = 346.453,8693 * 0,4173 = 144.575,1997$$

PRIMER 4

Koja je ponuda povoljnija za prodavca:

- Prvi kupac nudi 2.000 dinara odmah i 4.000 dinara posle 5 godina
 - Drugi kupac nudi krajem svake godine u narednih 4 godine po 1.500 dinara
 - Treći kupac nudi početkom svake godine u narednih 5 godina po 1.200 dinara
- Kamatna stopa je 4% (p.a.)d a kapitalisanje je godišnje.

Ponuda 1:

$$\begin{aligned} K_1 &= 2.000 \\ K_2 &= K_n * II_{p\%}^n = 4.000 * II_{4\%}^4 = 4.000 * 0,8548 = 3.419,20 \\ K &= 2.000 + 3.419,20 = 5.419,20 \end{aligned}$$

Ponuda 2:

$$\begin{aligned} S_n &= U * (1 + III_{p\%}^{n-1}) = 1.500 * (1 + III_{4\%}^{4-1}) = 1.500 * (1 + 3,2465) \\ S_n &= K_n = 6.369,75 \\ K &= K_n * II_{p\%}^n = 6.369,75 * II_{4\%}^4 = 6.369,75 * 0,8548 = 5.444,86 \end{aligned}$$

Ponuda 3:

$$\begin{aligned} S_n &= U * III_{p\%}^n = 1.200 * III_{4\%}^5 = 1.200 * 5,6330 = 6.759,60 \\ K &= K_n * II_{p\%}^n = 6.759,60 * II_{4\%}^5 = 6.759,60 * 0,8219 = 5.555,72 \end{aligned}$$

Najpovoljnija ponuda za prodavca je ponuda trećeg kupca.

PRIMER 5

Krajem svakog kvartala ulagano je u banku po 8.000 dinara. Kamatna stopa je 8% (p.a) d a kapitalisanje godišnje. Odrediti sumu uloga na kraju desete godine.

$$U = 8.000$$

$$p = 8\%$$

$$m = 4$$

$$n = 10$$

$$S_{mn} = U_1 (1 + III_{p\%}^{n-1}) = 32.960 (1 + III_{8\%}^{10-1}) = 32.960 * (1 + 13,4866) = 477.478,34$$

$$U_1 = 8.000 (4 + 8(4-1)/200) = 32.960$$

FAKTOR AKTUELIZACIJE

PRIMER 1

Ulagano je u banku krajem svake godine po 3.000 dinara u narednih 5 godina. Posle pauze od 3 godine tokom kojih nije bilo ulaganja, nastavljeno je sa ulaganjem još 7 godina. Odrediti sadašnju vrednost ukupnog kapitala. Kamatna stopa je 3% (p.a.)d a kapitalisanje godišnje.

Sadašnja vrednost niza dekurzivnih uloga od 9 do 15-te godine iznosi:

$$S_0 = 3.000 * IV_{3\%}^7 = 3.000 * 6,2303 = 18.690,90$$

Sadašnja vrednost kapitala u periodu do 8 godine iznosi:

$$K = S_0 * II_{p\%}^n = 18.690,9 * II_{3\%}^8 = 18.690,90 * 0,7894 = 14.754,60$$

Sadašnja vrednost niza dekurzivnih uloga od 1 do 5 godine iznosi:

$$S_0 = K = 3.000 * IV_{3\%}^5 = 3.000 * 4,5797 = 13.739,10$$

Sadašnja vrednost ukupnog kapitala iznosi: 14.754,60 + 13.739,10 = 28.493,70

PRIMER 2

Tokom 12 godina uz 8% (p.a.)d i godišnje kapitalisanje ulagano je po 12.000 dinara početkom svake godine. Koji će se iznos primati na osnovu tih ulaganja počev od danas u narednih 10 godina uz 5% (p.a.)d i godišnje kapitalisanje, ako su isplate:

- a) Početkom godine
- b) Krajem godine

a)

$$S_n = U * III_{p\%}^n$$
$$S_n = 12.000 * III_{8\%}^{12} = 12.000 * 20,4953 = 245.943,60$$
$$S_n = S_0'$$

$$S_0' = U * (1 + IV_{p\%}^{n-1})$$
$$245.943,60 = U * (1 + IV_{5\%}^{10-1})$$
$$U = 245.943,60 / (1 + 7,1078)$$
$$U = 30.334,20$$

b)

$$S_n = U * III_{p\%}^n$$
$$S_n = 12.000 * III_{8\%}^{12} = 12.000 * 20,4953 = 245.943,60$$
$$S_n = S_0'$$

$$S_0 = U * IV_{p\%}^n$$
$$245.943,60 = U * IV_{5\%}^{10}$$
$$U = 245.943,60 / 7,7217 = 31.850,97$$