VEŽBE 4- NEPREKIDNA OBELEŽJA

ZADATAK BR.1

Na osnovu broja ugostiteljskih objekata po opštinama:

a) Formirati distribuciju relativnih frekvencija.
b) Grafički odrediti medijanu preko kumulativa „ispod“ i „iznad“.
c) Izračunati variranje broja ugostiteljskih objekata oko prosečnog broja ugostiteljskih objekata.
d) U opštini „X“ postoji 32 ugostiteljski objekata. Koliko je odstupanja u ovoj opštini od prosečnog broja ugostiteljskih objekata?

RASPORED OPŠTINA PREMA BROJU UGOSTITELJSKIH

Broj ugost. objekata (x_i)	**Broj opština (f_i)**	**Relativne frekvencije (p_i)**	**K_{pis}**	**K_{piz}**	**x_i**	**$f_i * x_i$**	**$f_i * x_i^2$**
5 - 15	4	0,125	0,125	1,000	10	40	400
15 – 25	9	0,281	0,406	0,875	20	180	3600
25 – 35	5	0,156	0,562	0,594	30	150	4500
35 – 45	11	0,344	0,906	0,438	40	440	17600
45 – 55	3	0,094	1,000	0,094	50	150	7500
∑	32	1,000	-	-	-	960	33600

b) Grafički prikaz uraditi tako da na x – osi stoji obeležje x_i, a na y – osi obeležje Kf_i. Zatim ucrtati vrednosti i definisati krive Kf_{is} i Kf_{iz}. Kod neprekidnih obeležja Kf_{is} se crta naspram gornje granice intervala, a Kf_{iz} naspram donje granice intervala. U preseku ove dve krive nalazi se Me koja se očitava na x – osi.

c)

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{k} f_i x_i}{\sum_{i=1}^{k} f_i} = \frac{960}{32} = 30$$

Odgovor: Prosečan broj ugostiteljskih objekata po opštini iznosi 30.

$$s^2 = \frac{\sum_{i=1}^{k} f_i x_i^2}{\sum_{i=1}^{k} f_i} - \bar{x}^2 = \frac{33600}{32} - 30^2 = 1050 - 900 = 150$$

Odgovor: Prosek kvadrata odstupanja pojedinačnog broja ugostiteljskih objekata oko prosečnog broja istih iznosi 150. Drugim rečima, variranje broja ugostiteljskih objekata oko prosečnog broja istih iznosi 150 primenom varijanse.

$$s = \sqrt{s^2} = \sqrt{150} = 12{,}247$$

Odgovor: Prosek odstupanja pojedinačnog broja ugostiteljskih objekata oko prosečnog broja istih iznosi 12,247. Drugim rečima, variranje broja ugostiteljskih objekata oko prosečnog broja istih iznosi 12,247 primenom standardne devijacije.

d)

$$z = \frac{x_i - \bar{x}}{s} = \frac{32 - 30}{12{,}247} = 0{,}163$$

Odgovor: U posmatranoj opštini odstupanje (variranje) broja ugostiteljskih objekata od prosečnog broja istih iznosi 0,163 standardnih devijacija.

ZADATAK BR.2

Potrošnja mleka u 24 domaćinstava u litrama iznosila je:

RASPORED DOMAĆINSTAVA PREMA POTROŠNJI MLEKA

Potrošnja mleka (x_i)	**Broj domaćinstava (f_i)**	**x_i**	**$f_i * x_i$**	**Relativne frekvencije (p_i)**	**$f_i * x_i^2$**	**Kf_{is}**
6 – 12	11	9	99	0,458	891	11
12 – 18	9	15	135	0,375	2025	20
18 – 24	2	21	42	0,083	882	22
24 – 30	2	27	54	0,083	1458	24
$\sum$	24	-	330	0,999	5256	-

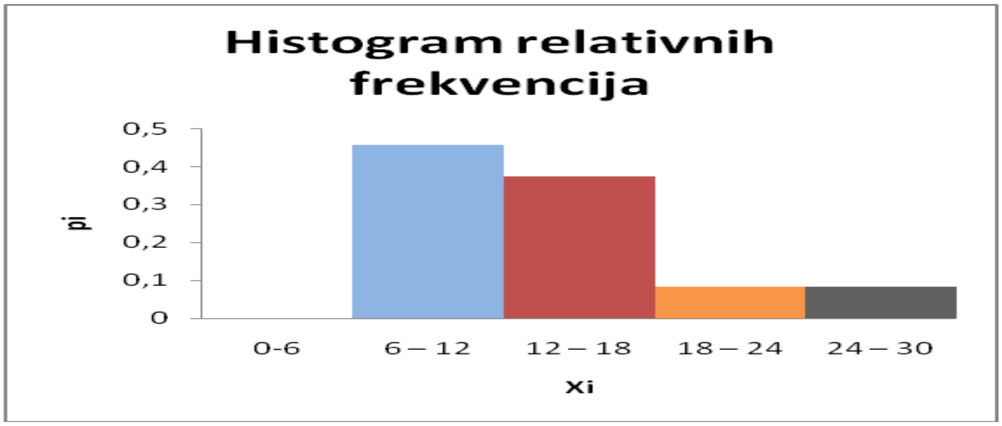
a) Izračunati prosečan potrošnju mleka po domaćinstvu.
b) Formirati distribuciju relativnih frekvencija i istu grafički prikazati preko histograma.
c) Izračunati variranje potrošnje mleka oko prosečne potrošnje mleka preko varijanse.
d) U domaćinstvu „X“ potrošnja mleka iznosi 21 litara. Koliko ovo domaćinstvo odstupa od prosečne potrošnje mleka?
e) Izračunati medijanu.

a)

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{k} f_i x_i}{\sum_{i=1}^{k} f_i} = \frac{330}{24} = 13{,}75 litara$$

Odgovor: Prosečan potrošnja mleka po domaćinstvu iznosi 13,75 litara.

b)



c)

$$s^2 = \frac{\sum_{i=1}^{k} f_i x_i^2}{\sum_{i=1}^{k} f_i} - \bar{x}^2 = \frac{5256}{24} - 13,75^2 = 29,938 litara$$

Odgovor: Prosek kvadrata odstupanja pojedinačne potrošnje mleka oko prosečne potrošnje mleka iznosi 29,938 litara. Drugim rečima, variranje potrošnje mleka oko prosečne potrošnje mleka iznosi 29,938 litara primenom varijanse.

$$s = \sqrt{s^2} = \sqrt{29,938} = 5,472 litara$$

Odgovor: Prosek odstupanja pojedinačne potrošnje mleka oko prosečne potrošnje mleka iznosi 5,472 litre. Drugim rečima, variranje potrošnje mleka oko prosečne potrošnje mleka iznosi 5,472 litre primenom standardne devijacije.

d)

$$z = \frac{x_i - \bar{x}}{s} = \frac{21 - 13,75}{5,472} = 1,325$$

Odgovor: U posmatranom domaćinstvu odstupanje (variranje) potrošnje mleka od prosečne potrošnje mleka iznosi 1,325 standardnih devijacija.

e)

Medijana se utvrđuje kroz tri koraka:

- n/2 = 24/2 = 12
- uraditi Kf_{is}
- pronaći u kom intervalu se nalazi medijana (pronaći vrednost 12 u koloni Kf_{is}) odnosno medijana se nalazi u intervalu 12 – 18

Na osnovu ove činjenice izračunavamo medijanu:

$$M_e = L_m + \frac{\frac{n}{2} - K_{m-1}}{f_m} \cdot \Delta = 12 + \frac{\frac{24}{2} - 11}{9} * 6 = 12,67 litara$$

Odgovor: Polovina domaćinstava ima potrošnju mleka veću od 12,67 litara a druga polovina ima potrošnju mleka manju od 12,67 litara.

ZADATAK BR.3

U tabeli su dati podaci o starosnoj strukturi posetilaca bioskopa u toku marta:

RASPORED POSETILACA BIOSKOPA U MARTU PREMA GODINAMA STAROSTI

Godine starosti (x_i)	Broj posetilaca (f_i)	x_i	$x_i * f_i$	$f_i\left\lvert x_i - \bar{x}\right\rvert$	$f_i * x_i^2$	$f_i\left(x_i - \bar{x}\right)^3$	$f_i\left(x_i - \bar{x}\right)^4$	Kf_{is}
15 – 20	368	17,5	6440,0	4775,168	112700,00	-804026,438	10433047,06	368
20 – 25	300	22,5	6750,0	2392,800	151875,00	-152221,743	1214120,623	668
25 – 30	300	27,5	8250,0	892,800	226875,00	-7907,151	23531,682	968
30 – 35	253	32,5	8222,5	512,072	267231,25	2097,742	4245,830	1221
35 – 40	168	37,5	6300,0	1180,032	236250,00	58218,738	408928,419	1389
40 – 45	104	42,5	4420,0	1250,496	187850,00	180792,430	2173848,178	1493
45 – 50	126	47,5	5985,0	2145,024	284287,50	621663,511	10583199,61	1619
50 – 55	135	52,5	7087,5	2973,240	372093,75	1442189,614	31762784,06	1754
$\sum$	1754	-	53455	16121,632	1839162,50	1340806,703	56603705,46	-

a) Analizirati varijabilitet godina starosti koristeći: srednje apsolutno odstupanje i varijansu.
b) Ispitati simetričnost i spljoštenost distribucije.
c) Izračunati i grafički prikazati modus, kao i medijanu (preko kumulativne krive „ispod“)

a)

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{k} f_i x_i}{\sum_{i=1}^{k} f_i} = \frac{53455}{1754} = 30,476 godina$$

Odgovor: Prosečna starost po posetiocu bioskopa u martu iznosi 30,476 godina.

$$AD = \frac{\sum_{i=1}^{k} f_i\left\lvert x_i - \bar{x}\right\rvert}{\sum_{i=1}^{k} f_i} = \frac{16121,632}{1754} = 9,191 godina$$

Odgovor: Prosek apsolutnih odstupanja godina starosti posetilaca bioskopa u martu od prosečne starosti istih iznosi 9,191 godina.

$$s^2 = \frac{\sum_{i=1}^{k} f_i x_i^{\,2}}{\sum_{i=1}^{k} f_i} - \bar{x}^2 = \frac{1839162{,}5}{1754} - 30{,}476^2 = 119{,}767\,godina$$

Odgovor: Prosek kvadrata odstupanja godina starosti posetilaca bioskopa u martu od prosečne starosti istih iznosi 119,767 godina.

b)

$$m_3 = \frac{\sum_{i=1}^{k} f_i \left(x_i - \bar{x}\right)^3}{\sum_{i=1}^{k} f_i} = \frac{1340806{,}703}{1754} = 764{,}428$$

$$\alpha_3 = \frac{m_3}{s^3} = \frac{764{,}428}{10{,}944^3} = \frac{764{,}428}{1310{,}775} = 0{,}583 \rightarrow 0$$

Odgovor: Data distribucija je umereno asimetrična odnosno asimetrična u desno.

$$m_4 = \frac{\sum_{i=1}^{k} f_i \left(x_i - \bar{x}\right)^4}{\sum_{i=1}^{k} f_i} = \frac{56603705{,}46}{1754} = 32271{,}212$$

$$\alpha_4 = \frac{m_4}{s^4} = \frac{32271{,}212}{10{,}944^4} = \frac{32271{,}212}{14345{,}125} = 2{,}25 \leftarrow 3$$

Odgovor: Vrh distribucije je više spljošten u odnosu na normalnu spljoštenost jer je koeficijent spljoštenosti manji od 3.

c)

Modus se nalazi u intervalu gde je frekvencija najveća a to je interval 15 - 20. Na osnovu ove činjenice izračunavamo modus:

$$M_o = L_m + \frac{f_m - f_{m-1}}{(f_m - f_{m-1}) + (f_m - f_{m+1})} \cdot \Delta = 15 + \frac{368 - 0}{(368 - 0) + (368 - 300)} * 5 = 19{,}22\,godina$$

Odgovor: Najveći broj posetilaca bioskopa u martu ima 19,22 godine.

Medijana se utvrđuje kroz tri koraka:

- n/2 = 1754/2 = 877
- uraditi Kf_{is}

- pronaći u kom intervalu se nalazi medijana (pronaći vrednost 877 u koloni Kf_{is}) odnosno medijana se nalazi u intervalu 25,1 – 30.

Na osnovu ove činjenice izračunavamo medijanu:

$$M_e = L_m + \frac{\frac{n}{2} - K_{m-1}}{f_m} \cdot \Delta = 25 + \frac{\frac{1754}{2} - 668}{300} * 5 = 28,483 godina$$

Odgovor: Polovina posetilaca bioskopa u martu ima manje od 28,483 godina a druga polovina ima više od 28,483 godina.

I na ovaj način je potvrđeno da je data distribucija asimetrična udesno.

$$\bar{x} \rangle Me \rangle Mo$$

Napomena za mere simetrije

- kada se ispituje simetričnost rasporeda preko koeficijenta asimetrije α_3, ako je dobijeni koeficijent =0 prisutna je potpuna simetričnost; ako je veći od 0 onda je prisustna asimetrija udesno, a ako je manji od 0 onda je prisutna asimetrija rasporeda ulevo.
- Kada se ispituje simetričnost rasporeda preko odnosa aritmetičke sredine, medijane i modusa:

  $\bar{x}$ >Me>Mo **asimetrija udesno**

  $\bar{x}$ <Me<Mo **asimetrija ulevo**

  $\bar{x}$ =Me =Mo **distribucija frekvencija simetrična**

Napomena za ispitivanje spljoštenosti distribucije

Ako je izračunati koeficijent α_4 veći od 3, vrh distribucije je više izdužen, a ako je izračunati koeficijen =3 onda je vrh distribucije normalno spljošten, a ako je manji od 3 onda je više spljošten u odnosu na normalnu spljoštenost.