

VEŽBE 6 IZ PREDMETA FINANSIJSKA I AKTUARSKA MATEMATIKA

VEROVATNOĆA ŽIVOTA I SMRTI JEDNOG LICA

Osiguranje života može biti vezano za tok života jednog ili više lica.

Verovatnoća da će lice staro x godina doživeti $(x+n)$ godina određuje se putem sledeće formule:

$${}_n p_x = \frac{l_{x+n}}{l_x}$$

Verovatnoća da lice staro x godina neće doživeti $x+n$ godina iznosi:

$${}_n q_x = 1 - {}_n p_x$$

1. Kolika je verovatnoća da će lice staro 30 godina:

- a) doživeti 31 godinu života?
- b) neće doživeti 31 godinu života?

2. Kolika je verovatnoća da će lice staro 50 godina:

- a) doživeti narednu godinu
- b) umreti u toku naredne godine?

3. Kolika je verovatnoća da će lice staro 30 godina:

- a) doživeti 40 godina
- b) umreti pre nego što napuni 40 godina?

4. Kolika je verovatnoća da će lice staro 20 godina:

- a) doživeti 60 godina života
- b) umreti u toku narednih 10 godina?

1. $x=30$
 $x+n=31$

$${}_n p_x = \frac{l_{x+n}}{l_x}$$

$${}_1 p_{30} = \frac{l_{30+1}}{l_{30}} = \frac{85.565}{86.292} = 0,99158$$

Verovatnoća da će lice staro 30 godina doživeti 31. godinu života iznosi 99,158%.

$${}_n q_x = 1 - {}_n p_x$$

$${}_1 q_{30} = 1 - {}_1 p_{30} = 1 - 0,99158 = 0,00842$$

Verovatnoća da lice staro 30 godina neće doživeti 31. godinu života iznosi 0,842%.

2. $x=50$
 $n=1$

$${}_1P_{50} = \frac{l_{50+1}}{l_{50}} = \frac{68.409}{69.517} = 0,98406$$

Verovatnoća da će lice staro 50 godina doživeti narednu godinu života iznosi 98,406%.

$${}_1q_{50} = 1 - {}_1P_{50} = 1 - 0,98406 = 0,01594$$

Verovatnoća da lice staro 50 godina neće doživeti narednu godinu života iznosi 1,594%.

3. $x=30$
 $x+n=40$

$${}_{10}P_{30} = \frac{l_{30+10}}{l_{30}} = \frac{78.653}{86.292} = 0,91147$$

Verovatnoća da će lice staro 30 godina doživeti 40. godinu života iznosi 91,147%.

$${}_{10}q_{30} = 1 - {}_{10}P_{30} = 1 - 0,91147 = 0,08853$$

Verovatnoća da lice staro 30 godina neće doživeti 40. godinu života iznosi 8,853%.

4. $x=20$
 $x+n=60$

$${}_{40}P_{20} = \frac{l_{20+40}}{l_{20}} = \frac{55.973}{93.268} = 0,6$$

Verovatnoća da će lice staro 20 godina doživeti 60. godinu života iznosi 60%.

$n=10$

$${}_{10}q_{20} = 1 - {}_{10}P_{20} = 1 - \frac{l_{20+10}}{l_{20}} = 1 - \frac{86.292}{93.268} = 1 - 0,92520 = 0,0748$$

Verovatnoća da će lice staro 20 godina umreti u narednih 10. godinu života iznosi 7,48%.

VEROVATNO TRAJANJE ŽIVOTA

Kod određivanja verovatnog trajanja života polazi se od pretpostavke da je događaj verovatan ako mu je verovatnoć 50% odnosno $\frac{1}{2}$, tada se iz relacije:

$$\frac{l_{x+n}}{l_x} = \frac{1}{2} \Rightarrow l_{x+n} = \frac{l_x}{2}$$

1. Koliko iznosi verovatno trajanje života osobe stare 30 godina?

$x=30$

$$l_{30+n} = \frac{l_{30}}{2} = \frac{86.292}{2} = 43.146$$

Uvidom u tablice smrtnosti, u koloni l_x tražimo vrednosti koje su najpribližnije izračunatoj vrednosti. Zaključujemo da je:

$$l_{66} = 44.693 \triangleright l_{30+n} = 43.146 \triangleright l_{67} = 42.565$$

Dakle, verovatno trajanje života nalazi se između 66 i 67 godine: $36 < n < 37$ ($66-30=36$ i $67-30=37$). Prema dogovoru, zaokružuje se na manji broj godina tj. uzima se da je:

$$30+n=66 \gg n=36$$

Verovatno trajanje života osobe stare 30 godina je još 36 godina.

2. Pod pretpostavkom da osoba stara 30 godina doživi verovatno trajanje života, izračunati novo trajanje života.

$x=66$

$$l_{66+n} = \frac{l_{66}}{2} = \frac{44.693}{2} = 22.346,5$$

Uvidom u tablice smrtnosti, u koloni l_x tražimo vrednosti koje su najpribližnije izračunatoj vrednosti. Zaključujemo da je:

$$l_{75} = 24.100 \triangleright l_{66+n} = 22.346,5 \triangleright l_{76} = 21.797$$

Dakle, verovatno trajanje života nalazi se između 75 i 76 godine: $75 < n < 76$ ($75-66=9$ i $76-66=10$). Prema dogovoru, zaokružuje se na manji broj godina tj. uzima se da je:

$$66+n=75 \gg n=9$$

Verovatno trajanje života osobe stare 66 godina je još 9 godina.

SREDNJE TRAJANJE ŽIVOTA

1. Za lice staro 55 godina izračunati verovatnoću da će doživeti 85 godina.
Pod pretpostavkom da je lice to i doživelo izračunati njegovo srednje trajanje života.

5. $x=55$
 $x+n=85$

$${}_{30}P_{30} = \frac{l_{55+30}}{l_{55}} = \frac{5.417}{63.469} = 0,0853$$

Verovatnoća da će lice staro 55 godina doživeti 85. godinu života iznosi 8,53%.

Srednje trajanje života se izračunava po formuli:

$$e_x^0 = \frac{1}{2} + \frac{l_{x+1} + l_{x+1} + l_{x+3} \dots}{l_x}$$
$$e_{85}^0 = \frac{1}{2} + \frac{l_{85+1} + l_{85+1} + l_{85+3} \dots}{l_{85}} = \frac{1}{2} + \frac{4.306 + 3.348 + 2.537 + 1.864 + 1.319 + \dots + 1}{5.417} = \frac{1}{2} + \frac{15.503}{5.417} = 3,36192$$